प्रकरण १ ले

प्रस्तावना

१.१.०	प्रास्ताविक	1
१.२.०	शिक्षण प्रकिया, अध्यापन प्रकिया,अध्यापन पद्धती	1
१.२.१	अध्यापनाचा अर्थ व स्वरुप	2
१.२.२	अध्यापनाची लक्षणे व उद्दिष्टे	4
१.२.३	अध्यापनाची कार्ये	5
१.२.४	अध्यापन व अध्ययन परस्परसंबंध	6
१.२.५	अध्यापन पद्धती	7
१.२.६	प्रचलित अध्यापन पद्धतीची उपयुक्तता	8
१.२.७	प्रचलित अध्यापन पद्धतीतील मर्यादा	8
१.३.०	गणित विषयाची आवश्यकता	10
१.३.१	गणिताचे अभ्यासक्रमातील स्थान	19
१.३.२	गणिताच्या अध्यापनाची उद्दिष्टे	24
१.३.३	गणित शिक्षणाची सद्यस्थिती	27
१.३.४	सद्यस्थिती सुधारण्यासाठी सूचना	33
१.४.०	संशोधनाची गरज व महत्व	35
१.४.१	शालेय अभ्यासक्रमात गणित विषयाचे महत्व	35
१.४.२	पर्यायी अध्यापन पद्धतींची गरज	37
१.५.०	समस्या विधान	41
१.५.१	समस्या सष्टीकरण	41
१.५.२	संशोधनाची व्याप्ती व मर्यादा	43
१.५.३	संशोधनाची गृहीतके	43
१.५.४	संशोधनाची उद्दिष्टे	43
१.५.५	संशोधन परिकल्पना	44
१.६.०	संशोधन प्रबंधाची रूपरेषा	45

प्रकरण १ले

प्रस्तावना

१.१.० प्रास्ताविक

या प्रकरणात प्रस्तुत संशोधनाविषयी पार्श्वभूमी थोडक्यात विशद केली आहे. प्रस्तुत संशोधन गणित विषयाच्या अध्यापनाशी निगडीत असल्याने संशोधनाशी निगडित संकल्पना स्पष्ट व्हाव्यात म्हणून परिचय करुन दिला आहे. यामध्ये शिक्षण प्रक्रिया, अध्यापन प्रक्रिया, अध्यापन पद्धती तसेच शालेय स्तरावरील गणित विषयाच्या संर्दभातील संकल्पना व अन्य बाबी प्रकरणाच्या दुसऱ्या भागात प्रस्तुत संशोधन व्याप्ती व मर्यादा, संशोधनातील गृहीतके, संशोधनाची उद्दिष्टे, संशोधन परिकल्पना व शेवटी संशोधन प्रबंधाची रुपरेषा दिली आहे.

१.२.० शिक्षण प्रक्रिया, अध्यापन प्रक्रिया व अध्यापन पद्धती

शिक्षण म्हणजे व्यक्तित्वाचा सर्वागिण विकास किंवा संपूर्ण व्यक्तिमत्व विकास, सर्वागिण विकासात बौद्धिक व्यावहारिक कार्यक्षमता
व्यावसायिक पात्रता, शारीरिक स्वास्थ्य, नागरिकत्व व सामाजिकता, सौदर्याभिरुची, मानवता, सृजनशीलता अशा अनेक घटकांचा समावेश होतो. शिक्षण ही व्यापक प्रक्रीया आहे. शिक्षण ही नैसर्गिक प्रक्रिया असली तरी खऱ्या अर्थाने व्यक्तीला जर मानवी जीवन व्यतीत करावाचे असेल, विकसित समाजामध्ये कुशलतेने व सफलतेने वावर करावयाचा असेल, तर तिला निसर्गप्रप्त शिक्षणावर विसंबून राहता येणार नाही. अनेक गोष्टी त्याला प्रयत्न पूर्वक शिकाव्या लागतील, भाषा, सुसंस्कृत जीवनातील आवश्यक असे दैनंदिन व्यवहार, नागरिकत्वाचे नियम, उदरनिर्वाहासाठी व्यवसाय सामाजिक सांस्कृतिक व धार्मिक आचार विचार परंपरा नैतिक मूल्ये इत्यादी गोष्टी स्वप्रयत्नाने आत्मसात कराव्या लागतात. कौटुंबिक व सामाजिक जीवनातील अनुभवातून आपणास हे शिक्षण पुरेशा प्रमाणात मिळू शकत

नसल्याने शिक्षण संस्था निर्माण करुन नव्या पिढीला शिक्षण देण्याची व्यवस्था करावी लागते. शिक्षण म्हणजे काय हे स्पष्ट करणारी कोणतीही व्याख्या आपण स्विकारली तरी शिक्षण प्रक्रियेत किमान दोन घटकांचा समावेश असतो.ते घटक म्हणजे अध्ययन प्रक्रिया व अध्यापन प्रक्रिया, विद्यार्थ्यांमध्ये अपेक्षित बदल घडवून आणण्यासाठी अध्यापन प्रक्रिया मदत करते.

१.२.१ अध्यापनाचा अर्थ व स्वरुप

अध्यापन हा शब्द इंग्रजीतील Teaching या शब्दाला पर्याय म्हणून वापराला जातो. या शब्दाचा अर्थ एखाद्या व्यक्तीला अध्ययन करण्यासाठी मदत करणारी कृती म्हणजे अध्यापन. एनसायक्लोपिडीया मधील अर्थानुसार अध्यापन ही एक प्रक्रिया असून ज्याच्याद्वारे एक व्यक्ती दुसऱ्या व्यक्तिला ज्ञान कौशल्ये व कला संपादन करण्यास मदत करते. ऑक्सफर्ड डिक्शनरी (1980) नुसार अध्यापन ही ज्ञान, कौशल्ये देणारी प्रेरणा देणारी प्रक्रिया आहे. तसेच रेन्सच्या (1984) मते "दुसऱ्याच्या अध्ययनाला दिशा देणाऱ्या किंवा ठरणाऱ्या कृती म्हणजे अध्यापन होय."

अध्यापन प्रक्रियेत महत्वाचे स्थान असलेली व्याख्या मोरोसनने केलेली आहे. त्याच्या मते."अध्यापन म्हणजे अधिक पक्व व्यक्तिमत्व आणि कमी पक्व व्यक्तिमत्व यातील संपर्क व या संपर्कातून कमी पक्व व्यक्तीमहत्वाला आकार देणे होय."

अध्यापनाच्या संदर्भात गंग (1976) म्हणतो "Teaching as an act of interpersonal influence aimed at changing the ways in which persons can or will behave" अध्यापनाच्या या व्याख्येनुसार व्यक्ती व्यक्तीमधील प्रभावाचा संबध विचारात घेतला आहे. हा प्रभाव केवळ अर्थशून्य किंवा हेतुशून्य नसून दुसऱ्या व्यक्तीच्या अपेक्षित वर्तनबदलाच्या संदर्भात आहे.

भारतीय शिक्षणतज्ञ मिश्रा (1991) यांच्या मते "अध्यापनाचे कार्य हा एक प्रकारचा करार आहे" यामध्ये शिकणारा व शिकवणारा हे दोन घटक आहेत व ते

विशिष्ट कराराने बांधले आहेत. विशेषत: औपचारिक शिक्षणामध्ये अशा प्रकारची व्यवस्था असते. याठिकाणी विद्यार्थ्यांची अध्ययनाची तर अध्यापकांची अध्यापनाची जबाबदारी असते. ते म्हणतात, "Teaching is a series of acts carried out by a teacher and guided by the formulation of teaching task in formalized instructional situation" आता या व्याख्येप्रमाणे अध्यापनामध्ये कोणत्या कृती करावयाच्या तर शि.के. मिश्रांच्या (८९.।) मते ''विद्यार्थ्यांच्या अध्ययनास मार्गदर्शक व पूरक ठरतील अशा सर्व कृतींचा समावेश अध्यापनामध्ये होतो.''

वरील सर्व विचारांचा मागोवा घेता ''अध्यापन ही एक व्दिकेंद्री प्रक्रिया असून त्यापैकी एका बाजुने, विशिष्ट हेतूने नवनवीन माहिती देणे, नवनवीन कौशल्ये विकसित करण्याचा प्रयत्न करणे, अध्ययनकर्त्याला प्रेरणा देणे, अशा कृती केल्या जातात व त्यांचा परिणाम दुसऱ्या केंद्रावर होतो. म्हणजेच या कृती विद्यार्थ्यांच्या अध्ययनासाठी मार्गदर्शक, पूरक व प्रेरणादायी ठरतात.''

अध्यापनाचा विचार करता अध्यापन हे मूलत: औपचारिक कृत्रिम स्वरुपाचे शिक्षक वर्तन आहे. अन्य व्यक्तीमध्ये अध्ययन घडवून आणण्याच्या हेतुने केलेली कृती म्हणजे अध्यापन असे या वर्तनाबाबत सर्वसाधारणत: म्हणता येईल. मात्र अशा स्वरुपाच्या व्याख्येतही अनेक प्रकारच्या त्रुटी आढळतात. माहिती सांगणे, अहवाल देणे, बातम्या देणे, अशा सारख्या अन्य कृतीत व अध्यापन यांत साम्य अधिक व भेद कमी आहेत. अध्यापन ही या सर्वापेक्षा एक वेगळी प्रक्रिया आहे हे दाखविण्यासाठी खालील सहा अटी आवश्यक मानल्या जातात.

१) शिक्षक आणि विद्‌यार्थी यांच्यामध्ये विशिष्ट (शक्यतो समोरासमोर) आंतरक्रिया घडणे आवश्यक आहे.

२) आंतरक्रियेपूर्वी शिक्षकाला आशय ज्ञात आहे, तर विद्यार्थ्याला तो नाही.

३) आशयाचे विद्यार्थ्याकडून अध्ययन व्हावे या हेतूने व विश्वासाने शिक्षक या आंतरक्रियेत सहभागी झालेला आहे.

४) विद्यार्थ्याकडून जो ''आशय'' शिकला जावा अशी अपेक्षा आहे आविष्कारण किंवा प्रगटीकरण करणाऱ्या कृती शिक्षक करतो.

५) ''शिक्षक'' करीत असलेल्या कृती ''आशयाचे अध्ययन'' होण्यास पूरक अशा आहेत.

६) 'शिक्षकाच्या' ज्या कृतीमुळे विद्यार्थी जितक्या प्रमाणात 'आशय' शिकण्याचा प्रयत्न करतो, निदान तितक्या प्रमाणात शिक्षकाचे अध्यापन यशस्वी ठरते.

वरील अटी अनेक कारणांसाठी आवश्यक ठरतात. एखादे पुस्तक वाचल्याने प्राप्त झालेले ज्ञान हे त्या लेखकाने शिकविले असे म्हणता येत नाही. कारण या क्रियेत अट एक व दोन पूर्ण होत नाही. समजा पाच वर्षाच्या मुलास महाविद्यालयात शिकविल्या जाणाऱ्या गणितातील घटक शिकविण्याची कृती ते शिकविणे न ठरता तो शिकविण्याचा प्रयत्न ठरेल. कारण येथे अट पाच पूर्ण होत नाही. गंमत म्हणून केवळ मुलाला पाण्यात ढकलेले आणि जीव वाचविण्यासाठी काही प्रमाणात पोहणे त्याला जमले. याचा अर्थ त्याला शिकविले असा होत नाही. येथे अध्यापनासाठी आवश्यक त्या आशयाच्या आविष्कारणाचा अभाव आहे. (अट क्र. ४) अध्यापकाच्या लकबी पोशाख यांचे अनुकरण म्हणजे अनुकरणाचाच एक भाग आहे मात्र या सर्व गोष्टी विद्यार्थ्यांने शिकाव्यात हा शिक्षकाच्या शिकविण्याचा हेतू नसतो. (अट क्र. ३) पण त्यामुळे अध्यापन झाले असे म्हणता येणार नाही. शेवटी अट (परिणामकारकतेची) ही हेतुत: घालण्यात आली आहे.

१.२.२ अध्यापनाची लक्षणे व अध्यापनाची उद्दिष्टे

अ) अध्यापनाची लक्षणे

१) अध्यापन म्हणजे शिकण्यास प्रवृत्त करण्यासाठी योजलेली व संघटित केलेली क्रियावली.

२) अध्यापन ही बुद्धिवादी प्रक्रिया होय.

३) अध्यापन हे शिस्तबद्ध वर्तन होय, आणि त्यामध्ये निरीक्षण, पृथक्करण, सुधारणा व बदल यांचा अंतर्भाव होतो.

४) शिक्षक आपल्या अध्यापनीय वर्तनात निरीक्षण करणे, पृथक्करण करणे, नियंत्रण करणे, सुधारणा करणे या गोष्टी शिकवितात.

५) अध्यापन ही शिक्षक व विद्यार्थी यांच्यामधील परस्परामधील विकास करणारी हेतुपूर्वक आंतरक्रिया होय.

६) योग्य नियोजन, परिणामकारक दृष्टिकोन, सुसंबंध आशय, आणि मूल्यांकन प्रक्रिया यांचा अध्यापनात अंतर्भाव असतो.

७) अध्यापनात प्राथमिक, आंतरिक व अंतिम अवस्थांचा समावेश असतो.

८) अध्यापन ही क्रियात्मक प्रक्रिया आहे. आणि अध्यापनीय कौशल्यावर प्रभुत्वाची जरुरी असते.

ब) अध्यापनाची उद्दिष्टे

अध्यापनाची सर्वसाधारण उद्दिष्टे खालीलप्रमाणे आहेत.

१) विद्यार्थ्यांच्या आत्मकेंद्रीय सात्मीकरणाचे वास्तव अनुमानामध्ये सहज सुलभ रुपांतर करणे.

२) विद्यार्थ्यांच्या स्वतःच्या आंतरिक मनोरचना व बाह्य अनुभव यांच्यामध्ये सुसंवाद घडवून आणण्यासाठी स्वतःच्या अवबोधामध्ये बदल घडवून आणण्यास मदत करणे.

३) व्यक्तीला सृजनात्मक आनंद घेण्यासाठी व दूरदृष्टी मिळविण्यासाठी मदत करणे.

४) विद्यार्थी विचारशील व क्रियाशील होण्यासाठी सहाय्य करणे.

१.२.३ अध्यापनाची कार्ये

अध्यापनाची कार्ये चतुर्विध आहेत ती पुढील प्रमाणे

१) अध्यापन प्रसंगांचे / परिस्थितीचे निधान करणे

विद्यार्थ्याला अध्ययनानुकूल बनविण्यासाठी शिक्षकास योग्य अशा अध्यापन प्रसंगाची निर्मिती करावी लागते. या प्रसंगांची निर्मिती करण्यासाठी शिक्षकास

विद्यार्थ्यांची विद्याविषयक आरोग्य अथवा अनारोग्य यांची माहिती असणे आवश्यक असते. विद्यार्थ्यांच्या ज्ञानात्मक पातळीप्रमाणेच त्यांची भावनिक परिपक्वता व विशिष्ट वेळेची मानसिक अवस्था यांची बौद्धिक कुवत या विषयीचे निदान करणेही आवश्यक आहे.

२) अध्ययनासाठी अनुकूल मानसिक बैठक तयार करणे

अध्यापनाचे दुसरे कार्य अध्यापनासाठी अनुकूल मानसिक बैठक तयार करणे हे आहे. अध्ययन अनुकूलनात भौतिक व मानसिक असे दोन पोट विभाग सांगता येतील. यामध्ये भौतिक सुविधा पुरविणे व विद्यार्थ्यास अध्ययनासाठी हेतुप्रेरित करणे या बाबींचा समावेश होतो.

३) अध्ययनासाठी मार्गदर्शन करणे

विद्यार्थ्यांचे अध्ययन सुलभ, सुकर व परिणामकारक होण्यासाठी प्रभावी अध्ययन अनुभव निवडणे व त्यांचे आयोजन करणे, विद्यार्थ्यांच्या ज्ञानात व कौशल्यात भर घालणे, अध्ययनातील चुकांचे निदान करणे व त्या सुधारण्यास विद्यार्थ्यांना मदत करणे, प्रेरणा देणे इत्यादी गोष्टी करणे आवश्यक आहे.

४) अध्ययनाचे मूल्यमापन करणे

विद्यार्थ्यांच्या अध्यायनाचे मूल्यमापन करणे हे अध्यापनाचे चौथे कार्य आहे. विद्यार्थ्यांच्या अभ्यास सवयी, त्यांच्या अध्यापनाची पातळी आणि शिक्षकांच्या अध्यापनाची सफलता यांचे मूल्यांकन मूल्यमापनामुळे होऊ शकते. म्हणून अध्ययनाचे मूल्यमापन करणे हे अध्यापनाचे एक प्रमुख कारण म्हणता येईल.

१.२.४ अध्यापन व अध्ययन परस्पर संबंध

विल्यम एच. बर्टनने (१९७५) अध्ययन व अध्यापन या मधील संबंधाचा शोध घेण्याचा प्रयत्न केला. हा संबंध प्रस्थापित का केला पाहिजे या संबंधी तो पुढील कारणे देतो.

१) अध्यापनाचा अध्ययनाशी संबंध प्रस्तापित केल्यामुळे अध्यापन अधिक परिणामकारकरित्या करता येईल.

२) अध्यापन उद्दिष्टे ही विद्यार्थ्यांच्या वर्तन बदलांच्या स्वरुपात मांडता येतील. तसेच ही उद्दिष्टे साध्य करण्याच्या दृष्टिने समर्पक असे अध्ययन प्रसंग निर्माण करता येतील.

३) परिणाम कारक अध्ययन होण्यासाठी समर्पक अशी अध्ययन परिस्थिती निर्माण करता येईल.

४) अध्ययन प्रसंगांच्या निर्मितीसाठी परिणामकारक अशा अध्यापन साहित्याची निवड करता येईल.

५) अध्यापनाच्या पर्याप्त उद्दिष्टपूर्तीसाठी अध्यापनमांडणी व युक्त्यांची निवड करता येईल.

६) अध्ययन — अध्यापनाच्या संबंधांची संकल्पना ही अध्यापन प्रक्रियेचे स्वरुप समजून घेण्यासाठी तसेच अध्यापन उपपत्ती मांडण्यासाठी उपयुक्त ठरेल.

७) अध्ययन — अध्यापन संबंधांचे ज्ञान हे प्रभावी शिक्षक निर्मितीच्या दृष्टिने निश्चित उपयोगी ठरेल.

१.२.५ अध्यापन पद्धती

शिकविण्यापूर्वी आपण जे विद्यार्थ्यांना ज्ञान देणार आहोत ते जास्तीत जास्त चांगले कसे देता येईल, त्यासाठी कोणती कृती करावी हे ठरविणे म्हणजेच पद्धती होय. हया कृतींची निश्चिती करताना विषय ज्ञान, विद्यार्थ्यांच्या क्षमता यांची बौद्धिक पातळी लक्षात घ्यावी लागते. यातूनच अध्यापनाच्या निरनिराळया पद्धती अस्तित्वात आल्या.

गेज एन्.एल. (१९७६) यांच्यामते, ''एकापेक्षा जास्त अध्यापकांना उपयुक्त ठरणाऱ्या आणि अनेकविध विषयासाठी उपयोजिता येणाऱ्या पुनरावृत्ती अनुदेशन प्रक्रिया म्हणजे अध्यापन पद्धती होय''.

अध्यापन पद्धतीत अध्ययन—अध्यापन परिस्थितीतील जे काही आवश्यक असते त्या सर्वांचा समावेश होतो. एखादया अध्यापन पद्धतीचे वर्णन करताना त्यात पुढील गोष्टींचा निर्देश असणे आवश्यक आहे.

१) माध्यमे (प्रक्षेपण व संग्रहण मार्ग, साधने इत्यादी)

२) संदेशाची मांडणी व क्रम.

३) प्रत्याभरण व्यवस्था.

४) अध्ययन परिस्थिती (व्यक्तीगत, लहान गट, मोठा गट इ.)

१.२.६ प्रचलित अध्यापन पद्धतीची उपयुक्तता

विद्यालयातून, अध्यापक विद्यालयातून व महाविद्यालयात वर्गाध्यापनाची रुढ प्रचलित असलेल्या सराव पद्धतीचे फायदे पुढील प्रमाणे आहेत.

१) अध्यापकांना प्रचलित पद्धतीची संकल्पना कांही प्रमाणांत स्पष्ट होते.

२) पाठयोजनेवरील कृतीसत्रातून पाठाचे टाचण लिहिण्याचा अनुभव येतो.

३) दिग्दर्शन पाठातून एका विषय घटकाचे वर्गाध्यापन कसे करावे याचे उदाहरण पहावयास मिळते.

४) सराव पाठातून निरनिराळया पाठय घटकांचे वर्गाध्यापन कसे करावे याचा प्रत्येकी एखादा अनुभव मिळतो.

१.२.७ प्रचलित अध्यापन पद्धतीतील मर्यादा

वर्गाध्यापनाच्या प्रचलित वरील फायदे असले तरी या पद्धतीत अनेक उणिवा आहेत.

◆ उद्बोधनाच्या वेळी वर्गाध्यापनाचा समग्र स्वरुपात विचार केल्यामुळे सर्व प्रकारच्या अध्यापन कृतींचा विशिष्ट तपशील बारकाईने विचारात घेतला जात नाही. सर्व बाबींचा साकल्याने व सर्वसाधारणपणे विचार करण्यावर भर असतो. त्यामुळे तात्विक आकलनात ढोबळपणा व उथळपणा शिल्लक राहतो. प्रत्येक अध्यापन कृती तिच्या सर्व उपघटकांसह विचारात घेतली जांत नाही.

◆ पाठयोजनेच्या कृतिसत्रात जी पाठाची टाचणे तयार केली जातात त्यात देखील अध्यापनाच्या सर्व कृतींचा तपशील पूर्णपणे व नेमकेपणाने नोंदविता येत नाही. काही अध्यापनकृतींचा तर केवळ नामनिर्देश करणेच पुरेसे ठरते. उदाहरणार्थ कथन, प्रश्न विचारणे, फलक लेखन, दिग्दर्शन इत्यादी कौशल्यांचे सर्व उपघटक एकाच टाचणात दाखवावयाचे झाल्यास ते टाचण म्हणजे छोटी पुस्तिकाच होईल. म्हणून निवडक अध्यापन कृती या टाचणात संक्षेपानेच नोंदविणे भाग पडते.

◆ दिग्दर्शन पाठ हा वर्गाध्यापनाचाच भाग असल्यामुळे तो देखील संमिश्र स्वरुपाचा व संकीर्ण असतो. पाठयवस्तूस्थितीतील विविध मुद्यांचा त्यात समावेश करणे, तसेच अध्यापनाच्या निवडक पण विविध कृतींचा त्यात समन्वय साधणे आवश्यक असते. अशा संश्लेषणात्मक व समग्र स्वरुपाच्या दिग्दर्शन पाठात विषयाला पोषक अशाच अध्यापन कृतींचा जरुरीपुरताच समावेश करावा लागतो. त्यामुळे प्रत्यक्ष अध्यापन कृती तिच्या सर्वांगिण स्वरुपातच व स्वतंत्रपणे पहावयास मिळत नाही. एकाच पाठात सर्व अध्यापन कृतीने पुरेशा प्रमाणात दिग्दर्शन करणे अशक्य असते. तसेच एखाद्या अध्यापन कृतीचे जरुरीपेक्षा जास्त प्रमाणात किंवा जास्त वेळ दिग्दर्शन केल्यास वर्गाध्यापनाची प्रमाणबद्ध ता बिघडते. म्हणून वर्गाध्यापनाचे दिग्दर्शन पाठ, प्रत्येक अध्यापनकृती स्वतंत्रपणे लक्षात घेण्यास उपयुक्त ठरत नाहीत.

◆ वर्गाध्यापन करताना निरनिराळया कृतींचा समन्वय साधणे शिक्षकास अधिकच अवघड वाटते. त्यामुळे काही शिक्षक प्रयोग दिग्दर्शनच करतात. अशा वेळी त्यांचा फलक कोराच राहतो. काही शिक्षक केवळ फलक लेखनावर भर देतात त्यामुळे त्यांचे वर्गनियंत्रण रहात नाही. म्हणजेच वर्गाध्यापनात एका अध्यापनकृतीवर भर दिल्यास दुसऱ्या कृतीचा अभाव होतो.

◆ शिक्षकाला एखादा विषय घटक शिकवावयाचा असतो त्यासाठी त्या विषय घटकावर प्रभुत्व असणेही आवश्यक असते. पाठय वस्तूचे अवधान त्याला सतत ठेवावे लागत असल्याने विषयाचे दडपण त्याच्या मनावर येते. साहजिक वर्गाध्यापन हे विषयकेंद्रित बनते. काय शिकवायचे याचे भान सतत ठेवावे लागत असल्यामुळे

कसे शिकवायचे या गोष्टीकडे शिक्षक आपले लक्ष पुरेसे केंद्रीत करु शकत नाही. त्यामुळे वर्गाध्यापनातील अध्यापनकृती कुशलतापूर्वक करण्यावर त्याचा हवा तेवढा भर नसतो. परिणामी अध्यापनाचा सराव असूनही अध्यापनाची निरनिराळी कौशल्ये तो हस्तगत करु शकत नाही.

◆ वर्गाध्यापनाची गुंतागुंत वाढविणारी आणखी कारणे आहेत. त्यापैकी एक म्हणजे वर्गातील विद्यार्थ्यांची संख्या होय. मोठया वर्गातील एका शिक्षकास वर्गनियंत्रण ठेवणे कठीण काम आहे. विद्यार्थ्यांचा पाठात अधिक अधिक सहभाग घेऊन वर्गपरिस्थिती नियंत्रित ठेवण्यास सहाय्य होईल.

◆ शिक्षक दैनंदिन तासिकेतील अध्यापनात अनेकविध अध्यापन कृतींची जरुरीप्रमाणे गुंफण करुन अध्यापन करतो. त्यामुळे पाठाचे स्वरुप संकीर्ण = संमिश्र असते. तसेच शिक्षकाच्या दैनंदिन अध्यापनाचे निरीक्षण करुन त्याच्या अध्यापन कृतीचे गुणदोष नेमकेपणाने व वस्तुनिष्ठपणे दाखविता येण्यासाठी व त्यांना प्रत्याभरण देण्यासाठी निरीक्षकांची व्यवस्था नसल्यामुळे त्यांच्या अध्यापनाचे निरीक्षण होत नाही. परिणामी त्यांच्या अध्यापन कृतीत सुधारणा होण्याऐवजी अध्यापनकृतीतील त्रुटीत अधिक भर पडण्याची शक्यता नाकारता येत नाही.

◆ 'काय' शिकवायचे यापेक्षा 'कसे' शिकवायचे यावर लक्ष केंद्रीत केल्याने अध्यापन पद्धतीत आशयापेक्षा तंत्रालाच अधिक महत्व प्राप्त झाले. आशय निरपेक्ष अध्यापनप्रणाली निर्माण झाली यांचा परिणाम स्वाभाविकपणे अध्यापनातला कस कमी झाला. प्रचलित अध्यापनात एक प्रकारचा साचेबंदपणा आलेला आहे.

१.३.० गणित विषयाची आवश्यकता

अ) गणित म्हणजे काय ?

प्राचीन मानवाला गणितासंबंधी दोन प्रकारच्या गरजा निर्माण झाल्या १) किती?, २) किती प्रमाणात?

किती? या प्रश्नाचे उत्तरासाठी गणणाची पद्धत सुरु झाली. गुराख्याने शेळया चारावयास नेल्या, तर तो किती शेळया नेल्या, हे समजण्यासाठी ।।। अशा

रेघा मारुन ठेवत असे यावरुन पुढे १,२,३ अशा गणसंख्यांची निर्मिती झाली. मापनाची कल्पना म्हणजे किती प्रमाणात? ही कल्पना गणणाचा पुढील विकास आहे. जेव्हा वस्तू पूर्ण संख्येत असतील तेव्हा गणणाने भागते, पण दोन वस्तू तिघांच्यात वाटावयाच्या असतील, तर प्रत्येकाला मिळणारा वाटा पूर्णाकांत न येता अपूर्णाकात येतो. यामुळे १,२,३ असे ढोबळ संख्यात्मक मापन अपुरे पडून अंशत: व काटेकोरपणे मापन करण्याची गरज निर्माण झाली. या दोन कल्पनांमुळे वर्णनात्मक स्वरुपाच्या कोणत्याही शास्त्राला निश्‍चितता प्राप्त होते. गणणाची सुरुवात वस्तूच्या अस्तित्वामुळे होते म्हणून अंकाची सुरुवात नैसर्गिक संख्या १ पासून होते. संख्यात्मक अंकलेखन हे अंक या संबांधाचे प्रतिकरुप आहे. प्रथम एक, दोन, तीन इत्यादी संबोध व मागाहून त्यांचे लेखन १,२,३ असा विकास आहे. निर्देश केल्याप्रमाणे 'रेघ' अशी खूण करुन अंकलेखन सुरु झाले. पण अशा रेघा काढण्याची पद्धत जर संख्या १७, २५ अशी मोठी होत गेली तर ती क्लिष्ट बनते. निरनिराळया ठिकाणी संख्यादर्शक निरनिराळी प्रतिके वापरली जाऊ लागली उदाहरणार्थ पाचसाठी v, दहासाठी x इत्यादी या सर्व पद्धतीत अतिशय सुटसुटीत अंकलेखन पद्धतीचा शोध भारतात लागला. नऊ ही संख्या दर्शविण्यासाठी ||||||||| अशा नऊ खुणा करणे व त्या प्रत्येक वाचनाचे वेळी मोजणे आवघड जाते परंतु भारतीय गणित तज्ञांना शून्य संबंधासाठी '०' हे प्रतिक वापरण्याचे लक्षात आल्यावर व पुढे अंकलेखनाची दशमान पद्धती व स्थानिक किंमत या गोष्टी सुचल्यावर अंकलेखन अतिशय सुटसुटीत झाले. ही भारतीय अंकलेखन पद्धती भारताकडून अरब स्थानाकडे व तेथून पुढे पाश्‍चिमात्य जगात वापरली जावू लागली. आज ही पद्धती जगभर मान्यताप्राप्त असून सर्वत्र वापरली जाते या पद्धतीचे वैशिष्टय म्हणजे ० ते ९ अशी एकूण १० प्रतिके वापरली जातात. प्रत्येक अंकाला स्थानानुसार महत्व व किंमत प्राप्त होते. या पद्धतीमागील तर्क लक्षात घेवून व आधुनिक जगाच्या वाढत्या गरजा लक्षात घेवून व्दिचिन्ह, त्रिचन्ह, व्दादश चिन्ह, अशा विविध पद्धती विकसित झाल्या ही अंकलेखनाची एक प्रकारची सौरचना तयार झाली.

गणितात काही आकडेमोड, नियम, तत्वे येतात एवढेच नव्हे तर यापुढे जाऊन तर्क येतो. गणित म्हणजे केवळ काही हिशोब व आकडेमोड करण्याचे कौशल्य एवढेच नसून ती एक सौरचना आहे. सौरचना याचा अर्थ शास्त्रीय चौकशीतून मिळविलेल्या ज्ञानाची तर्कशुद्ध मांडणी होय.

गणितातील वस्तु काल्पनिक असतात. गणिताचा भौतिक जगाशी वास्तविक संबंध नाही. हे मात्र खरे की गणितातील कल्पना फार मोठया प्रमाणात भौतिक जगात वापरल्या जातात. किंबहुना आजची भौतिक प्रगती गणिताच्या अस्तित्वाशिवाय व उपयोगाशिवाय केवळ अशक्यच होती. गणिताचा शास्त्र म्हणून झालेला विकास हा भौतिक सुधारणांच्या वाढीला व विकासाला समांतर असाच आहे. करांची आकारणी, विमा, बॅंकांचे व्यवहार इत्यादी गोष्टीमधील प्रगती गणिताच्या अभावी केवळ अशक्यच आहे. गणितातील वस्तुंचे वास, चव, स्पर्ष इतकेच नव्हे तर दर्शनही घेता येत नाही. बिंदू प्रतल या भौतिक वस्तू नसून केवळ गणिती कल्पना आहेत. त्यांचे मूर्तीकरण किंवा वास्तवीकरण टोकदार पेन्सीलीचे टोक किंवा सपाट कागद अशा प्रकारच्या वस्तुंच्या माध्यमातून केली जाते. पण कागद किंवा त्यावर काढलेला ठिपका म्हणजे प्रतल किंवा बिंदू नव्हे. ती आकलनासाठी वापरलेली प्रतिके आहेत. भौतिक शास्त्रीय ज्ञानाचे बाबतीत विचारावर वस्तुस्थितीचे सक्त नियंत्रण असते. गणिताचे बाबतीत मात्र हा फरक आहे. केवळ निरीक्षणावरुन सामान्यीकरणाने निष्कर्ष काढणे ही गणितात गरज असते शास्त्रशुद्ध तर्काचा पुरावा गणितात आवश्यक मानला जातो म्हणजेच गणित ही एक तर्कशुद्ध विचारांची पद्धती आहे ही पद्धती मानवनिर्मित नाही. त्या शास्त्रातील नियम, गुणधर्म, तत्वे, अस्तित्वात असतातच संशोधक फक्त ती शोधून काढतो. गणितातील तत्वे मुळात अस्तित्वात नसतात. ती मानव निर्माण करीत असतो. त्यांच्या मदतीने इतर शास्त्रातील तत्वे काटेकोरपणे मांडता येतात.

गणित ही एक भाषा आहे. किंवा गणिताची एक स्वतंत्र भाषा आहे. या भाषेत निरनिराळी चिन्हे, प्रतिके वापरली जातात. मुळात अमूर्त व काल्पनिक स्वरुपाच्या विषयात प्रतिके, चिन्हे वापरली म्हणजे काही प्रमाणात विचार

करण्यासाठी मदतनीस म्हणून मूर्त स्वरुपाची सामग्री उपलब्ध होते. चिन्हे व प्रतिके म्हणजे गणित नव्हे. प्रतिके व चिन्हे काढून टाकली तरी गणिती विचार शिल्लक राहतात. त्यांच्या मदतीने मांडणी आटोपशीर होते. गणिती संकल्पनासाठी वापरलेल्या संज्ञा उदा. संच, समांतरता दरम्यानता, मूळ संख्या, फल, संबंध इत्यादी या गणित या भाषेच्या मूळ घटक होत. गणिताच्या भाषेच्या विकासासाठी मूळ संबोध व त्यामधील संबंध समजणे आवश्यक असते.

अवगामी विचार पद्धतीच्या काही रचनांचे एकत्रीकरण म्हणजे गणित संरचना होय. या रचनामध्ये गट (Groups) वलये (Rings) क्षेत्र (Fields) यांचा समावेश होतो. तर्काच्या मदतीने व निरीक्षणाने गणितातील क्रम निरपेक्षिता, साहचर्य, वितरण इत्यादी नियमांचा शोध घेतला जातो. निरनिराळया संख्या या पाया घेऊन केलेले संख्यालेखन या मार्फत संरचनेची कल्पना येते. गणित हा संच व त्यांच्या संरचनेचा अभ्यास आहे. हा बोरबाकी या गणिती संप्रदायाचा दृष्टिकोन आहे.

गणिताच्या तीन मूलभूत संरचना आहेत.

१) बैजिक बेरीज व गुणाकार या क्रिया व त्या पासूनची सामान्यीकरणे.

२) सास्थितीविषयक (Topological) मर्यादा, सान्निध्य इत्यादी.

३) क्रमिक पेक्षा जास्त किंवा लहान इत्यादी.

गणिताचे ज्ञान स्थल – कालातीत आहे. सर्व जगभर त्याचे स्वरुप एकच असते. गणितातील सत्यात कालानुसार व स्थलानुसार फरक पडत नाही. उदा. २ x ४ = ८, ऐतिहासिक सत्य किंवा शास्त्राचे नियम बदलतात असे होण्याचे कारण म्हणजे ते नियम किंवा सत्य निरीक्षाणाधिष्ठित असते. निरीक्षणात काही नवीन भाग ध्यानात आला की, नियमात बदल होतो. गणिताचा वास्तवाशी संबंध नसल्यामुळे कालानुसार फरक पडल्याचे कारण पडत नाही.

गणित हा क्रमाधिष्ठित विषय आहे. गणितातील सत्यांना क्रम असतो. गणित तर्कावर आधारित आहे. गणितात कांही गोष्टी व्याख्या व गृहीतक म्हणून मानल्या जातात. त्यांच्या आधारावर अनुगामी पद्धतीने निष्कर्ष काढले जातात. त्यांच्या

आधारावर व्याख्या केली जाते. व मग त्यावरुन "त्रिकोनाच्या बाहयकोनाचे माप त्या त्रिकोणाच्या आंतरविरुद्ध कोनाच्या मापाच्या बेरजेबरोबर असते, हे सत्य सिद्ध होते. त्या सत्याच्या आधारावर एकावर एक अशा क्रमाने अनेक उदाहरणे, सत्ये सिद्ध केली जातात. या व आदीच्या गुणधर्माच्या मदतीने आणखी अनेक विधाने सिद्ध करता येतात. गणिताची सर्व वाढ व मांडणी अशी क्रमाक्रमाने होत गेलेली आहे.

गणित हे एक शास्त्र तर आहेच पण ती एक कलाही आहे. गणिततज्ञ अनेक कल्पना व त्यामधील संबंध किमान साधनांच्या मदतीने मांडत असतात. गणिताच्या संरचनेत मांडणीत काही अव्याख्यात शब्द, काही गृहीतके अशी अत्यंत थोडकी मूलभूत सत्ये असतात. गणिताचा सर्व डोलारा अशा मोजक्या गोष्टीवर प्रगत केला आहे. म्हणजेच गणिताचा विस्तार जरी खूप व्यापक असला तरी त्यांचा पाया अत्यंत अरुंद आहे. गणित हा एक उलटा शंकू आहे. असे मानले तर शंकूच्या वरच्या पृष्ठभागाचा विस्तार वाढत जातो तसे गणित वाढत जाते. अरुंद पायावर स्थिर समतोलत्व साधने ही एक कला आहे. गणिताची अशा प्रकारे मांडणी करताना एक काळजी मात्र घेतली पाहिजे. संरचनेतील पायाभूत गोष्टी या किमान संख्येने असल्या पाहिजेत. तसेच त्यामध्ये अंतर्विरोध असता कामा नये. त्या एकमेकांशी सुसंगत असल्या पाहिजेत. एकाच गृहीतकाच्या संचापासून एखादे प्रमेय व त्याचे नकरण दोन्हीही सिद्ध होता कामा नयेत. जर तसे सिद्ध होऊ शकले तर पायाभूत गोष्टीत काही विसंगती आहे असे होईल.

गणित तज्ज्ञांच्या मते गणित हा स्वयंपूर्ण विषय आहे. त्याचा अभ्यास स्वतंत्रपणे करावयाचा असतो. गणिताचा कोणाला व कसा उपयोग होईल व त्याचे व्यावहारिक उपयोग कोणते हा विचार करणे अगदीच अनावश्यक आहे. गणितातील अनेक गोष्टींचा शोध हा केवळ सत्य शोधनासाठी लागलेला आहे. त्यांच्या व्यावहारिक उपयोगासाठी नव्हे. विविध क्षेत्रात गणिताचा उपयोग मात्र भरपूर प्रमाणात केला जातो.

आत्तापर्यंतच्या चर्चेवरुन गणिताचे स्वरुप लक्षात येते गणिताची सर्वमान्य एकच व्याख्या करणे कठीण आहे. येथे काही व्याख्या दिल्या आहेत.

१) संख्या व अवकाश यांचे शास्त्र म्हणजे गणित.

२) मापन, संख्या व मिती यांचे शास्त्र म्हणजे गणित.

३) गणित हे दुसरे काही नसून काही सोपे नियम व अर्थशून्य खुणा यांच्या मदतीने खेळला जाणारा खेळ आहे — हिल बर्ट. ([illegible])

४) गणित म्हणजे तर्क — रसेल व व्हाईटहेड.([illegible])

५) आपण कशाविषयी बोलतो हे ज्यांत माहित असते व जे बोलत आहोत ते सत्य आहे किंवा नाही हे ही माहित नसते असा विषय म्हणजे गणित — बर्ट्रांड रसेल. ([illegible])

६) अमूर्त घटकापासून तयार केलेली अमूर्त रचना म्हणजे गणित होय.

७) संरचना असलेल्या संचाचा अभ्यास म्हणजे गणित — बोरबाकी.

ब) गणिताची आवश्यकता

गणित हे मानवी जीवनाला लाभलेले एक वरदान आहे. मानवी बुद्धीचा अत्युच्च आविष्कार म्हणजे गणित. गणितातील वस्तू काल्पनिक असतात. गणिताचा भौतिक जगताशी वास्तविक संबंध नाही. हे मात्र खरे आहे की, गणितातील कल्पना फार मोठया प्रमाणात भौतिक जगात वापरल्या जातात. किंबहुना आजची भौतिक प्रगती गणिताच्या अस्तित्वाशिवाय व उपयोगाशिवाय केवळ अशक्य होती. गणिताचा शास्त्र म्हणून झालेला विकास भौतिक सुधारणांच्या वाढीला व विकासाला समांतर असाच आहे.

विज्ञान युगात गणित कोठे नाही हे सिद्ध करणे आजच्या मितीला तरी शक्य नाही. जगातील संपन्नता व समृद्धता ज्या भौतिक शास्त्रामुळे प्राप्त झाली आहे ती सर्व शास्त्रे गणिताच्या मजबूत पायावर उभारलेली असल्यानेच इतकी प्रगती करु शकली आहेत.

Mathematics is the gate and key of all the sciences' – Roger Bacon. ([illegible]

बेकनच्या या उद्‌गारावरुन विविध विज्ञानशास्त्रांचा व गणिताचा किती घनिष्ठ संबंध आहे हे लक्षात येते. शास्त्रामध्ये ज्या प्रमाणात गणिताचा वापर होत असेल त्या प्रमाणात त्या शास्त्रातील निष्कर्षाची निश्चितता व विश्वासार्हता अवलंबून असते. उदाहरणच द्यायचे झाले तर पदार्थविज्ञाना सारख्या शास्त्रामध्ये गणिताचा वापर अधिक प्रमाणात केलेला दिसून येतो. तर मानसशास्त्रासारख्या विषयामध्ये गणिताचा वापर अत्यंत कमी प्रमाणात केलेला दिसून येतो. म्हणूनच पदार्थ विज्ञानातील निष्कर्ष जितके अचूक व विश्वसनीय असतात तितकी विश्वसनियता मानसशास्त्रातील निष्कर्षामध्ये आढळून येणार नाही. आज या संगणक युगामध्ये भौतिक व अधिभौतिक शास्त्राची वाढ झपाटयाने होत आहे. या प्रत्येक शास्त्रामध्ये व त्यांच्या प्रत्येक शाखांमध्ये गणिताचा जास्तीत जास्त उपयोग केला जात आहे. खगोल शास्त्र, भूगर्भ शास्त्र, अवकाश विज्ञान, हवामान शास्त्र, कृषि शास्त्र, संगणक विज्ञान इत्यादी शास्त्रांमध्ये गणिताच्या वापरामुळेच त्यांचा विकास मोठया प्रमाणावर झालेला आहे.

देशाच्या आर्थिक व सामाजिक प्रगतीमध्ये गणिताचा मोठा वाटा आहे. गणित हा मानवी जीवनाचा एक अविभाज्य घटक बनत चालला आहे. हे दैनंदिन जीवनात वापरल्या जाणाऱ्या कॅल्क्युलेटर व संगणकाच्या उपयोगावरुन लक्षात येईल. दैनंदिन जीवनामध्ये आपणास गणिताचा आधार क्षणोक्षणी घ्यावा लागतो. अंध व्यक्तीच्या हातातील काठी हरवल्यास जी अवस्था त्या व्यक्तीची होते त्या पेक्षा वेगळी स्थिती गणिता शिवाय दैनंदिन व्यवहार करताना आपली होणार नाही हे निश्चित. अगदी उदाहरणच द्यायाचे झाले तर आपण ऑफिससाठी घरातून बाहेर पडताना पहिला प्रश्न विचारतो, किती वाजले?' आणि मग या कितीचे उत्तर आपणांस गणिताच्या मदतीशिवाय मिळत नाही. घरामध्ये आवश्यक असणाऱ्या वस्तू आपण दुकानातून खरेदी करीत असताना देखील आपण प्रथम हिशोब करतो व मगच पैसे देतो. तसेच आपण घराबाहेर जेथे जाऊ तेथे गणिताशिवाय व्यवहार करणे कठीण आहे. जसजशी मानवाची प्रगती होत जाईल तसतसा गणिताचा वापर अधिक करावा लागणार आहे. २५—३० वर्षापूर्वीचे जीवन व आजचे जीवन यात देखील

कितीतरी बदल झालेला आहे. पोस्ट, बँका, सरकारी विविध कर, शेअर्स, क्रेडीट कार्डस्, अशा विविध प्रकारचा संबंध प्रत्येक व्यक्तीला येऊ लागला आहे. पूर्वी ज्यावेळी एकच कुटुंबपद्धती होती त्यावेळी अशा बाबींचा संबंध फक्त कुटुंबप्रमुखाचा असे. कुटुंबातील इतर व्यक्तींचे अशा बाबींशी संबंध असण्याचे फारसे कारणही नसे. आज यात्र कुटुंबातील प्रत्येक घटकाला या बाबींचे ज्ञान असणे अनिवार्य झाले आहे. ग्रामीण भागात देखील घरातील कारभारी सर्व देवघेवीचे व्यवहार पहात असे परंतु आता तेथेही विभक्त कुटुंब पद्धतीने मूळ धरले आहे. त्यामुळे प्रत्येकाला धान्याचे भाव माहित असणे, दुधाचा हिशोब करता येणे, ऊसाची बिले ठरविता येणे, बँकेत पैसे जमा करणे किंवा बँकेतून कर्ज काढणे अशासरखे व्यवहार करणे अपरिहार्य झाले आहेत. आणि जर हे व्यवहार सुरळीतपणे करायचे असतील तर गणिताचा अभ्यास करणे अत्यावश्यक ठरते.

एखाद्या समाजाची प्रगती ही केवळ त्या देशात उपलब्ध असणाऱ्या भौतिक साधनांवर व नैसर्गिक संपत्तीवर अवलंबून नसते. कारण असे असते तर आफ्रिकेसारखा देश जगातील सर्वात संपन्न देश गणला गेला असता. देशाच्या विकासासाठी, प्रगतीसाठी व समृद्धीसाठी त्या देशाने वैज्ञानिक प्रगती किती केली आहे. त्या देशाचे तंत्रज्ञान किती विकसित झाले आहे यावर राष्ट्राची प्रगती व समृद्धी अवलंबून असते. रात्रंदिवस ज्वालामुखीच्या सान्निध्यात राहणाऱ्या अत्यंत चिमुकल्या जपानने दुसऱ्या महायुद्धानंतर जी आश्चर्यकारक प्रगती केली आहे ती केवळ तंत्रज्ञानाच्या जोरावर व या तंत्रज्ञानासाठी आवश्यक असणारी गोष्ट म्हणजे गणित व विज्ञान होय. कोणतेही तंत्रज्ञान गणिताच्या वापराशिवाय विकसित होऊ शकत नाही. म्हणजेच सामाजिक प्रगती व्हायची असेल तर तंत्रज्ञान विकसित झाले पाहिजे व तंत्रज्ञान विकसित व्हायचे असेल तर गणिताचा अभ्यास व्हायला हवा.

अभ्यासामध्ये गणित हा विषय असा आहे की, जो व्यक्तीच्या बुद्धीला आव्हान देतो. गणितातील प्रत्येक समस्या सोडविण्यासाठी बुद्धीला प्रयास पडत असतात. एखाद्या समस्येविषयी विचार करणे, अनुमान काढणे, तर्क करणे, पृथक्करण करणे इत्यादी क्रिया बुद्धीला चालना देत असतात. आणि बुद्धी अशी

सतत कार्यरत ठेवणे हेच बुद्धीच्या विकासाचे लक्षण होय. एका समस्येतून दुसरी समस्या दुसरीतून तिसरी व त्यांच्या पूर्ततेसाठी चाललेले बुद्धीचे अविश्रांत श्रम यातूनच खरा बुद्धीचा विकास होत असतो. व्यक्तिमत्वाच्या बौद्धिक क्षेत्राच्या विकासासाठी हा विषय अत्यंत उपयुक्त ठरतो. जी व्यक्ती समस्यापूर्ती करण्याचा विचार करत नाही त्या व्यक्तीचा बौद्धिक विकास कसा होणार? मग अशा व्यक्तींना गणितासारखा विषय कठीण वाटू लागतो. बौद्धिक विकास झालेल्या व्यक्तिच्या बुद्धीचा केवळ गणिताच्या अध्ययनासाठीच नव्हे तर दैनंदिन जीवनातील जटील समस्या सोडविण्यासाठी देखील उपयोग होतो.

गणित विषयातील आशयाची व विविध मुद्यांची तर्कसंगत मांडणी, फलिताची निश्चिती, फलित पडताळून पाहण्याची यंत्रणा हा गणित विषयाचा गाभा आहे. इतर कोणत्याही विषयापेक्षा गणित विषयाची रचना अधिक क्रमबद्ध व श्रेणीबद्ध असल्याने व त्याच क्रमाने क्रिया करीत गेल्यास निश्चित उत्तर मिळते याची जाणीव अभ्यासकाला झाली की, त्याचा आत्मविश्वास वाढतो. एकदा का असा आत्मविश्वास वाढला की तो सतत या विषयातील समस्या सोडविण्याच्या पाठीमागे लागतो. असे हे चक्र सुरु होते व आपोआपच मग स्वावलंबनाची सवय लागते. एखाद्या उदाहरणसंग्रहातील उदाहरणे सोडवित असताना, पहिली एक दोन उदाहरणे सुटली की, तो पुढची उदाहरणे सोडविण्याचा प्रयत्न करतो. पहिल्या दोन उदाहरणांच्या यशामुळे त्याचा आत्मविश्वास दुणावलेला असतो. तसेच ताळा करुन त्या दोन उदाहरणांच्या उत्तराविषयीची खात्री करुन घेता येते. आपल्याला उदाहरण सोडविता येते या बाबत त्याची खात्री पटते म्हणजेच गणिताच्या अभ्यासातून समस्या सोडविण्याची तर्कसंगत पद्धती, संगतवार काम केल्यास यश नक्की मिळेल याची जाणीव मिळालेले उत्तर चूक किंवा बरोबर ठरविण्याची असलेली उपलब्ध सोय यामुळे व्यक्तिचा आत्मविश्वास वाढतो व आत्मविश्वास वाढला की, व्यक्ती स्वावलंबी बनते. आता हे स्वावलंबन केवळ गणितातील समस्या सोडविण्यापुरते मर्यादित न राहता दैनंदिन जीवनातील समस्या सोडविण्यासाठीही

उपयुक्त ठरते. मानवी जीवनाच्या प्रत्येक श्रेत्राशी गणिताचा संबंध आहे. त्यामुळे गणिताचा अभ्यास होणे आवश्यक आहे.

१.३.१ गणिताचे अभ्यासक्रमातील स्थान

आजच्या सरकारी धोरणानुसार माध्यमिक शालांत परीक्षेसाठी गणित हा अनिवार्य विषय आहे. राज्य माध्यमिक शिक्षण मंडळातर्फे शालांत परीक्षा घेण्यास सुरुवात होण्यापूर्वी ती परीक्षा निरनिराळया विद्यापीठांमार्फत घेतली जात असे त्यावेळी परीक्षेसाठी गणित हा विषय अनिवार्य होता. या परीक्षेनंतर विद्यार्थ्याला महाविद्यालयात प्रवेश मिळत असे. महाविद्यालयीन शिक्षणातही प्रथम वर्षासाठी गणित हा विषय अनिवार्य होता. केवळ शास्त्र नव्हे तर कला व वाणिज्य शाखेतही तो प्रथम वर्षाला सक्तीचा होता. शालांत परीक्षा मंडळाकडून शालांत परीक्षा घेण्यास सुरुवात झाली, तेव्हा परीक्षा मंडळाने अनेकविध ऐच्छिक विषयांची सोय उपलब्ध करुन दिली. यावेळी गणित ऐच्छिक विषयांच्या गटात गेल्यामुळे त्यांचे महत्व कमी झाले. अनेक वर्षे गणित व सामाजिक शास्त्रे हे विषय वैकल्पिक होते. ज्या विद्यार्थ्यांना गणित विषय अवघड वाटत असे, असे विद्यार्थी इतिहास, भूगोल, नागरिकशास्त्र अशा विषयांची निवड करीत व शालांत परीक्षा उत्तीर्ण होत. महाविद्यालयातही कला शाखेसाठी तो विषय अनिवार्य नसल्यामुळे त्या विद्यार्थ्याचे नडत नसे.

या परिस्थितीत इ. स. १९७२ मध्ये महाराष्ट्रात नवीन अभ्यासक्रम सुरु झाल्यावर बदल झाला व तो म्हणजे १९७५ पासूनच्या शालांत परीक्षेसाठी गणित हा पुन्हा अनिवार्य विषय झाला. यापूर्वी गणित हा विषय निम्न (Elementry) व उच्च (Higher) अशा दोन पातळयांवर शिकविण्याची व्यवस्था होती. निम्न पातळीवरील गणितात अंकगणित या शाखेचा समावेश होतो. परंतु उच्च पातळीवर बीजगणित व भूमिती (त्रिकोणमितीसहित) यांचाच फक्त समावेश होता. १९७५ साली नवीन अभ्यासक्रमाप्रमाणे पहिली परीक्षा झाली, त्या परीक्षेसाठी गणित हा विषय सक्तीचा होऊन त्यात बीजगणित व भूमिती अशा दोन प्रश्नपत्रिका होत्या. इयत्ता आठवीच्या पाठयक्रमात बीजगणित अंकगणितासह होते. इयत्ता नववीमध्ये

अंकगणित जवळजवळ नव्हतेच व इयत्ता दहावीत ते अजिबात नव्हते. म्हणजेच सर्वासाठी सक्तीच्या असणाऱ्या गणितात सर्वांना जीवनात जास्त उपयुक्त अशा अंकगणित या शाखेचा समावेश नव्हता १९७२ चा पाठयक्रम निश्चित करण्यापूर्वी नवीन पाठयक्रमाचा एक आराखडा शालांत परीक्षा मंडळाने चर्चेसाठी प्रस्तुत केला होता. त्यातील विषय भाग फारच महत्वाकांक्षी होता. विषयाची व्याप्ती व काठिण्य या दोन्ही दृष्टींनी तो सर्वमान्य विद्यार्थ्यांच्या कुवतीपेक्षा फार उच्च वाटल्याने नंतर त्यात काटछाट करुन पाठयक्रम कमी व सोपा करण्यात आला. या नवीन पाठयक्रमानुसार पाठयक्रम शिकविल्यावर व त्यावर आधारित परीक्षा घेतल्यावर परत बदल करण्यात आला. प्रामुख्याने त्रिमितीचा भाग कमी करुन व इयत्ता ८ वी, ९ वी च्या पाठयक्रमात परत अंकगणिताचा समावेश करण्यात आला. एकूणच सर्वच अभ्यासक्रम व विशेषत: गणिताचा पाठयक्रम विद्यार्थ्यांना झेपत नाही अशी टीका केली जात आहेच. अभ्यासक्रम सोपा किंवा अवघड हे प्रामुख्याने शालांत परीक्षेच्या निकालावरुन ठरविले जाते. शालांत परीक्षेचा निकाल गेली कित्येक वर्षे ५० टक्के च्या जवळपास असतो. म्हणजेच जवळ जवळ निम्मे विद्यार्थी नापास होतात. वर्तमानपत्रे व जनता यांची या निकालावर सतत टीका चालू असते. नापास होण्याचे हे प्रमाण खरोखरच काळजी करण्याएवढे मोठे आहे. एकतर पाठयक्रम सर्वसामान्य विद्यार्थ्याला झेपेल अशा विचाराने केलेले असतात. व त्यामुळे त्यात १०० टक्के विद्यार्थी पास होणे आवश्यक असते. परंतु वर्षानुवर्षे असा अनुभव आहे की, विद्यार्थी नापास होण्याचे प्रमाण प्रामुख्याने इंग्रजी व गणित या विषयात जास्त असते. या नापास होण्यामध्ये पाठयक्रमच सर्वस्वी दोषी आहे. असे म्हणता येणार नाही. काही प्रमाणांत हे सत्य असू शकेल. अभ्यासक्रमाचा जड व अवजड यात वाटा किती याचा शास्त्रशुद्ध अभ्यास झाला नाही. कांही प्रमाणात गणिताचा पाठयक्रम जबाबदार आहे असे मानले, तरी विद्यार्थी, शिक्षक व गणित अध्यापनाची पद्धती याचाही यात मोठा वाटा आहे हे मान्य केले पाहिजे.

एका बाजूला शिक्षणतज्ज्ञांना गणित अध्यापनाच्या सक्तीची वाटणारी गरज आणि एकूण शालेय शिक्षणाचा दर्जा उंचावण्याची वाटणारी आवश्यकता आणि

दुसऱ्या बाजूला गणित हा अवघड विषय असल्याची विद्यार्थ्यांची भावना व विद्यार्थ्यांचे नापास होण्याचे मोठे प्रमाण या कात्रीत गणित विषय सापडलेला आहे. एकतर गणिताचे जीवनातील महत्व लक्षात घेऊन कितीही विद्यार्थी नापास झाले, तरी चालेल पण विशिष्ट किमान गणित प्रत्येक विद्यार्थ्याला शालांत परीक्षेसाठी आलचे पाहिजे. असा आग्रह धरला पाहिजे किंवा विद्यार्थ्यावर अनुग्रह म्हणून काही गुण देऊन पासांची टक्केवारी वाढविली पाहिजे. यापैकी पहिली गोष्ट समाज स्वीकारीत नाही व दुसरी करणे हे अशैक्षणिक व अनैतिकही आहे. अशा वेळी दोनच व्यवहार्य पर्याय उरतात ते म्हणजे —

१) गणित हा विषय ऐच्छिक करणे की त्यामुळे तो विषय नीट आकलन होऊ न शकणारे विद्यार्थी शालांत परीक्षेसाठी तो विषय निवडणार नाहीत, किंवा

२) गणित हा विषय निम्न व उच्च या दोन पातळयांवर शिकविणे. शालांत परीक्षेसाठी गणित विषय सक्तीचा करण्यामागे शासनाची व शिक्षणतज्ज्ञांची भूमिका ही आहे की, मुलगा — मुलगी, शहरी — खेडेगावातील, विषयाची आवड असणारे — नसणारे, उच्च शिक्षणात गणिताच्या अभ्यासाची गरज असणारे — नसणारे, उच्च शिक्षणात गणित इच्छिणारे न इच्छिणारे, असा कोणताही भेदभाव न करता माध्यमिक शिक्षण पूर्ण होईपर्यंत सर्वांनी किमान अभ्यासक्रम पूर्ण केलाच पाहिजे. तज्ज्ञांची व शासनाची ही भूमिका कितपत बरोबर आहे हा मतभेदाचा मुद्दा आहे. १९७५ पूर्वी जेव्हा गणित हा ऐच्छिक विषय म्हणून होता तेव्हा मंडळाची व शिक्षणतज्ज्ञांची भूमिका कोणती होती? तेव्हा त्यांची अशी भूमिका होती की, विद्यार्थ्याला त्याच्या आवडीप्रमाणे, गतीप्रमाणे व गरजेप्रमाणे विषय निवडण्याचे स्वातंत्र्य असले पाहिजे. या भूमिकेत कांही चूक होती का? लोकशाहीच्या विचाराने निवडीचे स्वातंत्र्य मानले पहिजे. विशेषत: माध्यमिक शिक्षणात म्हणजे इयत्ता ८ वी पासून विद्यार्थ्याला हा वाव असला पाहिजे. शिक्षण व्यक्तीला आवश्यक आहे. पण व्यक्तीने कोणते शिक्षण घ्यायचे हा त्याचा व्यक्तिगत व गरजेचा भाग आहे. प्राथमिक शाळेत वाचन, लेखन व अंकगणित हे विषय किमान पातळीपर्यंत शिकवावेत हे योग्य आहे. परंतु माध्यमिक पातळीवर हे कितपत योग्य आहे हा

चर्चेचा व मतभिन्नतेचा विषय आहे. सर्व विद्यार्थ्यांना एकाच साचाचे शिक्षण देण्याची आवश्यकता नाही व शिक्षणतज्ज्ञांचे वेळोवेळी परिस्थितीनुसार बदलणारे विचार व त्यांचे समर्थन स्वीकारणे जरा कठीणच वाटते.

प्रत्यक्षात मात्र विद्यार्थ्यांच्या निरनिराळया विषयांच्या प्रगतीत फरक आढळतो. या फरकाची जी अन्य कारणे आहेत त्याचा शोध घेतला पाहिजे. ती कारणे जोपर्यंत शोधली जात नाहीत व ती दूर करण्याचा प्रयत्न केला जात नाही, तोपर्यंत गणित विषय सक्तीचा न ठेवणे प्रशस्त वाटते.

गणित या विषयावर असाही एक अक्षेप घेतला जातो की, या विषयांतर्गत शिकलेल्या असंख्य गोष्टींचा सामान्य माणसास जीवनात कधीच उपयोग होत नाही. पण हा आक्षेप इतिहास, भूगोल, वाङ्:मय इत्यादी विषयांबाबतही घेता येईल. हा आक्षेप गणिताच्या बाबतीत जेवढा खरा आहे तेवढाच इतर विषयांच्या बाबतीतही खरा आहे. शालेय अभ्यासक्रम व जीवन यांत काही प्रमाणात फरक हा नेहमीच आढळतो. शालेय ज्ञान हे जसेच्या तसे प्रत्यक्ष जीवनात उपयोगी पडावे ही अपेक्षाच चुकीची आहे. शालेय अभ्यासक्रमामुळे मिळालेल्या अनुभवांमुळे विद्यार्थ्यात ज्या क्षमता निर्माण होतात त्याच जास्त महत्वाच्या असतात. उद्दिष्टानुवर्ती अध्यापनात हाच प्रधान विचार आहे. पण उद्दिष्टानुवर्ती अध्यापन हे पोकळीत होऊ शकत नाही. त्याला माहितीच्या विषयाचे माध्यम लागते. या विषयातही विविधता असेल तेवढी चांगली त्यामुळे गणित विषयाच्या अभ्यासक्रमात समावेश करण्यांवर घेण्यात येणाऱ्या आक्षेपात तथ्य वाटत नाही.

शालांत परीक्षेनंतर शिक्षण व्यवसायोन्मुख असावे हा विचार प्रभावी आहे. १०+२+३ हा आकृतीबंध अंमलात आणताना इयत्ता १० वी नंतर विद्यार्थी मोठया प्रमाणांत व्यवसाय शिक्षणाकडे वळावेत अशी अपेक्षा होती. वास्तवात उच्च माध्यमिक शिक्षणाच्या पातळीवर हे घडले नाही. निरनिराळया व्यवसायासाठी विविध स्वरुपाचे ज्ञान व कौशल्य यांची बैठक आवश्यक असते ही पार्श्वभूमी तयार करणे हे माध्यमिक शिक्षणाचे काम आहे. विद्यार्थी पुढे कोणत्याही व्यवसायाचे शिक्षण घेणार आहे? त्या व्यवसायासाठी त्याला कोणत्या व किती प्रमाणात गणित

शिकण्याची गरज लागणार आहे? या प्रश्नांची उत्तरे विद्यार्थी लहान वयाचा असतांना ठरविणे कठीण असते. लहान वयाच्या विद्यार्थ्यांच्या विशिष्ट अभियोग्यतां मधील फरक लक्षात येण्याएवढा अभियोग्यतांचा विकासही झालेला नसतो. म्हणून गणित विषय सक्तीचा असावा असे मानले जाते.

सक्तीच्या संदर्भात कित्येक वेळा आणखी एक प्रश्न निर्माण केला जातो व तो म्हणजे मुलींना गणित शिकण्याची गरज आहे का? मुलांएवढी मुलींची गणितात प्रगती होऊ शकते का? या प्रश्नकर्त्याच्या मनात असे असते की, स्त्रीला तिच्या घरकामात किंवा तिच्या व्यवसायात अंकगणिताशिवाय इतर गणित फारसे लागत नाही. तसेच, गणित हा विषय किंवा गणिताचा अभ्यास आवश्यक असणारे अभ्यासक्रम मुली कमी प्रमाणात निवडतात उदाहरणार्थ विज्ञान, संख्याशास्त्र, स्थापत्यशास्त्र, इत्यादी तेव्हा निदान मुलींना गणित विषय ऐच्छिक असावा. महाराष्ट्र राज्यात १९७२ मध्ये प्रथम गणित विषयाला पर्यायी विषय म्हणून गृहशास्त्र हा विषय अभ्यासक्रमात दिला होता. परंतु यावर टीका झाली व परिणामी गणित हा मुलींसाठी पण सक्तीचा विषय झाला. आत्तापर्यंत झालेल्या बुद्धिमापनातील संशोधनावरुन मुले व मुली यांच्या क्षमतेत फरक असल्याचे आढळलेले नाही. गणितासाठी खास वेगळया प्रकारीची बुद्धिमत्ता लागते व ती मुलींच्यात कमी प्रमाणात असते, असेही सिद्ध झालेले नाही. शिवाय संधी मिळाल्यावर आजकाल जीवनाच्या सर्व क्षेत्रात मुली — मुलांच्या बरोबर यशस्वीपणे स्पर्धा करीत आहेत असे दिसते. सर्व व्यवसाय क्षेत्रे व सर्व अभ्यास क्षेत्रे त्यांना खुली आहेत. तेव्हा अशा प्रकारचा विचार करणे अयोग्य वाटते. शिवाय यात गणिताच्या अध्यापन मूल्यांचाही प्रश्न गुंतलेला आहे. गणिताच्या अभ्यासाने विचारशक्तीचा विकास होतो जगाची डोळस जाण निर्माण होते व एक प्रकारचा आनंद मिळतो. म्हणून गणिताच्या बाबतीत मुलगा व मुलगी असा फरक करणे योग्य नाही.

सध्या निम्न प्राथमिक, उच्च प्राथमिक, माध्यमिक व उच्च माध्यमिक असे शालेय शिक्षणाचे स्तर असलेले दिसतात. अशा प्रत्येक स्तरावर गणिताचे स्थान महत्वाचे आहे. १९७७ मध्ये ईश्वरभाई पटेल यांच्या अध्यक्षतेखाली नेमलेल्या

समितीने जो पुनर्रचित अभ्यासक्रम जाहीर केला तोच अभ्यासक्रम सध्या राबविला जात आहे. या अभ्यासक्रमांत गणिताचे स्थान पुढील प्रमाणे =

१) निम्न प्राथमिक (इयत्ता १ ते ५)

इयत्ता १ ते ५ यांच्या गणिताचा पाठयक्रम क्षमताधिष्ठित अध्यापनावर आधारित असा तयार केला आहे.

२) उच्च प्राथमिक स्तर (इयत्ता ६ ते ८)

या स्तरावर व्यापारी गणित, मापन, सांख्यिकी, बीजगणित उपयोजित भूमिती या घटकांचा समावेश आहे.

३) माध्यमिक स्तर (इयत्ता९ , १०)

तार्किक क्षमता विकसित होणे, समस्या सोडविण्याची क्षमता विकसित होणे ही उद्‌दिष्टे ठेवल्याने प्रमेये, त्रिकोणमिती, समीकरणे, फल अशा घटकांचा समावेश या स्तरावर करण्यांत आला आहे.

माध्यमिक स्तरावरील विद्यार्थ्यांत बौद्‌धिक प्रगल्भता अधिक आलेली असते. विशिष्ट घटकांवर कृती करुन निर्णय घेण्याची कुवत विद्यार्थ्यांमध्ये आलेली असते. गणिताच्या अभ्यासामुळे मनाला शिस्त लागते. त्यासाठी अंकगणित, बीजगणित भूमिती अशा शाखांमधून गणिताचा अभ्यासक्रम देण्यात आला आहे.

१.३.२ गणिताच्या अध्यापनाची उद्‌दिष्टे

प्राथमिक किंवा माध्यमिक शिक्षणाच्या अखेरीस अपेक्षित वर्तनाला गणित अध्यापनाची उद्‌दिष्टे असे म्हणता येईल. माध्यमिक शिक्षण संपविताना हे हेतू साध्य व्हावेत अशी अपेक्षा आहे ते खालील प्रमाणे —

१) गणितातील संज्ञा, संबोध, तत्वे ,मूलभूत प्रक्रिया यांचे विद्यार्थी ज्ञान मिळवील. आकडेमोड व मूलभूत क्रियांवर प्रभुत्व मिळवील. दैनंदिन जीवनात व उच्च शिक्षणासाठी आवश्यक असलेल्या गणिती प्रक्रियांवर

प्रभुत्व मिळवील. दैनंदिन जीवनात व उच्च शिक्षणासाठी आवश्यक असलेल्या गणिती प्रक्रियांवर प्रभुत्व संपादन करेल.

२) रेखाटन, मापन, अंदाज करणे, प्रयोग करणे यासंबंधीची कौशल्ये विकसित होतील.

३) तर्कशुद्ध विचार करणे, कारणमीमांसा करणे, विश्लेषण करणे, तर्कशुद्ध विचार मांडणे, इत्यादी क्षमतांचा विकास होईल.

४) गणिती ज्ञानाचा उपयोग करुन दैनंदिन जीवनातील प्रश्न सोडवू शकेल तसेच, उच्च गणित व संबंधित विषयातील उदाहरणे सोडवू शकेल.

५) गणित विषयातील सामर्थ्य व सौदर्याची जाणीव होईल.

६) गणिती स्पर्धात भाग घेण्यात आणि गणिताचे अधिक अध्ययन करण्यांत रस घेईल.

७) थोर गणिततज्ज्ञ, तसेच विशेषत: भारतीय गणित तज्ज्ञांबद्दल व त्यांच्या कार्याबद्दल आदर बाळगेल.

८) गणक व संगणक यासारखी नवीन आधुनिक उपकरणे हाताळण्यासाठी आवश्यक असलेली कौशल्ये निर्माण होतील.

वरील दूरगामी उद्दिष्टे विचारात घेऊन इयत्ता ६, ७ व ८ आणि इयत्ता ९ व १० या स्तरावर गणित अध्यापनाची खालील उद्दिष्टे निश्चित करण्यांत आली.

अ) गणित अध्यापनाची उद्दिष्टे (इयत्ता ६, ७, ८)

१) अंकगणिताचे सामान्यीकरण म्हणजे बीजगणित हा संबोध विकसित करणे.

२) पूर्णांक, व अपूर्णांक संख्येवरील बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार या क्रिया अचूक करणे व त्यांची व्यावहारीक गणिताशी सांगड घालणे.

३) सरासरीच्या संबोधाचा व्यावहारी गणितातील उदाहरणे सोडविण्यास उपयोग करणे.,

४) गुणोत्तर, सम आणि व्यस्त प्रमाण, शेकडेवारी हे संबोध समजणे व त्यांचे उपयोजन, आर्थिक व्यवहार, नफा — तोटा, भागीदारी, काळ, काम वेग इत्यादी वरील उदाहरणात करणे.

५) वर्ग, घन, वर्गमूळ, घनमूळ या घातकांचे संबोध तयार करणे.

६) आलेख वाचणे तसेच दिलेल्या माहितीच्या आधारे आलेख काढणे.

७) त्रिकोण, चौकोन वबहुभुजाकृती या आकृत्या ओळखणे, काढणे व त्यांच्या आंतरकोन व क्षेत्रफळ याबाबतच्या सूत्रांचे व्यवहारी गणितात उपयोजन करणे, वर्तुळाचा व्यास व परीघ यांचा परस्परसंबंध ओळखणे, वर्तुळाचे क्षेत्रफळ समजणे व काढणे.

८) इष्टिकाचिती, घन, वृत्तचिती, गोल यांच्या घनफळांच्या सूत्रावरुन उदाहरणे सोडविणे.

९) अंकगणित, बीजगणित व संख्याशास्त्र या विषयातील एकता अनुभवने व गणित हे जीवनाशी निगडीत असणारे मनोरंजक शास्त्र आहे ही वृत्ती निर्माण करणे.

१०) प्रज्ञा आणि तर्क यांच्या विकासातून गणित ही विज्ञानाची भाषा आहे ही जाणिव सातत्याने होत राहणे या भाषेवर प्रभुत्व मिळविण्याची जिद्द निर्माण होणे व भाषेचा उपयोग करणे.

ब) गणित अध्यापनाची उद्दिष्टे (इयत्ता ९ व १०)

१) तार्किक विचार करणे आणि समस्या सोडविणे या क्षमता विकसित करण्यासाठी विद्यार्थ्यास मदत करणे.

२) प्रत्यक्ष जीवनातील परिस्थितीमध्ये निर्माण होणाऱ्या समस्या सोडविण्यासाठी गणिती ज्ञानाचा उपयोग करण्यासाठी लागणारी क्षमता विकसित करण्यासाठी विद्यार्थ्यास मदत करणे.

३) समस्यांमधील निरनिराळया भागांचे परस्परांशी असणारे संबंध शोधणे कार्यकारण संबंध लक्षात घेवून निष्कर्ष काढण्याची क्षमता विकसित करण्यास विद्यार्थ्यास मदत करणे.

४) कल्पना थोडक्यात व विचारपूर्वक स्पष्ट करणे ही सवय विद्यार्थ्यांना लागावी यासाठी त्यांना मदत करणे.

५) वैज्ञानिक व तांत्रिक विकासामध्ये गणिताची भूमिका किती आहे ही योग्यता जाणण्यास विद्यार्थ्यांना मदत करणे.

६) जे विद्यार्थी पुढील अभ्यासात गणित हाच विषय घेणार असतील तर नवीन गणितातील साधने व तंत्रे यांच्या सहाय्याने प्रगत तंत्रज्ञानाची योग्यता समजून घेण्यासाठी अशा विद्यार्थ्यांना तयार करणे.

७) जे विद्यार्थी पुढील अभ्यासात गणित हा विषय घेणार नसतील अशा विद्यार्थ्यांच्या इतर शाखांच्या अभ्यासासाठी गणिताची जी मूलभूत साधने व तंत्रे त्यांना उपयुक्त असतील तर अशा विद्यार्थ्यांना तयार करणे.

८) जे विद्यार्थी इयत्ता दहावी नंतर शालेय शिक्षण थांबवतील त्यांचे दैनिक व व्यावहारीक जीवनात पुरेशी असणारी गणिताची साधने व तंत्रे समजून घेण्यासाठी त्यांना तयार करणे.

१.३.३ गणित शिक्षणाची सद्यस्थिती

गणित शिक्षणाची सध्यस्थिती अत्यंत चिंताजनक आहे. वाढ सुनियोजित नसल्याने गुणवत्ता सतत घसरत गेली. समाजाच्या गरजा गणित शिक्षणाने पूर्ण केल्या पाहिजेत. त्या होत नाही विविधता हा नाविण्याचा पाया आहे. हे विसरुन सर्वांवर एकत्र अभ्यासक्रम योजला त्यामुळे गुणवत्तेचा प्रचंड ऱ्हास झाला. एवढेच नव्हे तर गळती व नापासीचे प्रमाण वाढले. आजचे गणित शिक्षण व शिक्षणाची अध्यापन पद्धती ही एकसुरी, पारंपारिक पद्धतीने जखडलेली, शासकीय नियमांनी बांधलेली असल्यामुळे नवनवीन प्रयोग करण्यास असमर्थ व नाविण्याचा शोध घेण्यासाठी कुचकामी ठरली आहे.

विद्यार्थ्यांपर्यंत गणिताचा अभ्यासक्रम पोहचविण्यासाठी प्रचलित ज्या अध्यापन पद्धती वापरल्या जातात त्यांची निष्पत्ती काय? एस्.एस. सी. बोर्डाच्या परीक्षेच्या निकालावर नजर टाकली तर आपणांस काय दिसते? बोर्डाचा निकाल खाली असणारा विषय म्हणून गणिताचा उल्लेख केला जातो. गणिताचा निकाल खाली येण्याची कारणे पुढील प्रमाणे.

१) एक अत्यंत महत्वाचे कारण म्हणजे गणित विषयाचे स्वरुप हे स्वरुप क्रमाधिष्ठित आहे. निरनिराळया पाठयतवस्तूच्या मुद्यांची ती एक क्रमबद्‌ध चढण आहे. एकमेकांशी संबंधीत सुटे, स्वतंत्र असे विषयभाग फार कमी आहेत. त्यामुळे एकावर एक अशा रचलेल्या या पाठयांशातील मूलभूत किंवा आधीच्या पाठयांशांचा आधार काढून घेतला, तर सर्व मांडणी कोसळते. अशी परिस्थिती गणिता एवढी अन्य विषयांच्या बाबतीत उद्‌भवत नाही. काही प्रमाणात शास्त्र विषयाचे स्वरुप असे आहे, तरीसुद्‌धा त्यातील निरनिराळे विषयभाग स्वतंत्रपणे अभ्यासता येतात. मराठी, इंग्रजी, इतिहास इत्यादी विषयांचे बाबतीत विषयभागाची रचना जास्त विस्कळीत असते व म्हणून मराठीचा कोणताही धडा सामान्यपणे स्वतंत्रपणे अभ्यासता येतो. इतिहासासारख्या विषयात जरी सातत्य असले व म्हणून एक पूर्ण ऐतिहासिक दृष्टिकोन समग्रपणे येण्यासाठी पुर्वीच्या इतिहासाच्या ज्ञानाची आवश्यकता असते. असे असले तरी इतिहासामधील मधलाच भाग सामान्यपणे स्वतंत्रपणे अभ्यासता येतो. इतर विषयांच्या तुलनेत गणितात जास्त क्रमाधिष्ठीतता असल्यामुळे विद्यार्थ्याला पूर्वीचा भाग नीट आकलन झालेला नसेल तर नवीन भागाच्या अभ्यासात अडचणी येतात व विद्यार्थ्याची प्रगती मंदावते.

गणितात उदाहरणाचे उत्तर बरोबर असते किंवा चुकीचे असते. अन्य विषयात उत्तर अंशत: विविध प्रमाणांत बरोबर असणे शक्य असते. अन्य विषयात पाठयांश मुद्यांच्या जोडीला विद्यार्थ्याने केलेली उत्तरांची मांडणी, भाषा, माहितीची अचूकता यात निरनिराळया पातळीवर फरक असू शकतो. परीक्षेत सुद्‌धा विद्यार्थ्याला अंशत: गुण मिळण्याची सोय अन्य विषयात जास्त असते. त्यामुळे गणितात नापासाचे प्रमाण वाढते. अर्थात हा दोष वस्तुनिष्ठ स्वरुपाच्या प्रश्नांच्या प्रश्नपत्रिकेत समावेश करुन लघुत्तरी व निबंधवजा प्रश्नांच्या उत्तराला पायरी पायरीने गुण देण्याची पद्‌धत वापरुन आजकाल कमी केला आहे. तरीपण विषयभाग पूर्णपणे नीट समजणे आवश्यक आहे.

२) गणित शिक्षक

गणिताच्या पाठयक्रमात अधूनमधून बदल होत असतो. पूर्वी न अभ्यासलेला व न शिकविलेला कांही भाग पाठयक्रमात समाविष्ट होतो विशेषत: जे गणित शिक्षक गणिताचे पदवीधर नसतात (आणि ही संख्या फार मोठी आहे) त्यांचे बाबतीत तर ही शक्यता जास्त असते. अशा वेळी शिक्षकाने स्वत: तो भाग अभ्यासून नीट आत्मसात केला पाहिजे. तसे न केल्यास शिक्षक विद्यार्थ्यांच्या शंकाना समाधानकारकपणे उत्तरे देऊ शकणार नाहीत. तसेच शिक्षक जर शिक्षकी व्यवसायात समाधानी नसेल तर त्याचा परिणाम विद्यार्थ्याला भोगावा लागतो. परिणामी विद्यार्थ्याची गणितात अपेक्षित प्रगती होत नाही.

३) अध्यापनात हेतूतेचा अभाव

सर्व विद्यार्थी अध्ययनासाठी प्रेरित झालेलेनसतात. तेव्हा प्रत्येक पाठाचे वेळी विद्यार्थ्याला प्रेरणा देण्याची आवश्यकता असते. पाठात विद्यार्थ्याने शिकावयाचा नवीन भाग हा काही समस्येच्या स्वरुपात विद्यार्थ्यापुढे ठेवला तरच विद्यार्थ्याला त्यात गोडी वाटते. शिक्षकाने प्रत्येक पाठाला हेतूता प्राप्त करुन दिली पाहिजे तरच विद्यार्थ्याचे पाठाकडे अवधान राहील. याच्या अभावी पाठाकडे दुर्लक्ष होऊन परिणामी तो विषयभाग कच्चा राहतो.

४) जीवनाशी फारकत

अमूर्त असणाऱ्या गणित विषयाची सांगड जर व्यवहारिक गोष्टीशी किंवा मूर्त स्वरुपाच्या गोष्टीशी घालता आली तर तो विद्यार्थ्यांना आकलनास सोपा वाटतो. कित्येक वेळा प्रतिकांचा अवास्तव उपयोग करुन तो जास्त अमूर्त बनविला जातो त्यामुळे गणित हा काल्पनिक जीवनाशी असंबंधित व निरुपयोगी विषय वाटतो.

५) शास्त्रीय कठोरता

गणिताची नवीन मांडणी जास्त शास्त्रीय व तर्ककठोर अशी आहे. विद्यार्थ्यांना ती झेपत नाही. उदा. जर असा प्रश्न विचारला की, ''दोन रेषा

एकमेकांना छेदत असतील तर त्या एकाच बिंदूत छेदतात'' हे विधान सत्य आहे का? या प्रश्नाचे उत्तर सर्वसामान्यच नव्हे तर हुशार विद्यार्थीही 'सत्य' असे देतात पण काटेकोरपणे विचार केला असता हे विधान असत्य आहे. दोन रेषा म्हटले असता त्या भिन्न आहे असे विद्यार्थी गृहित धरतो, पण त्या रेषा तर्कदृष्टया एकच असू शकतात व त्या तशा धरल्यास त्या एकमेकींना सर्वच बिंदूत छेदतात. इतकी कठोर तर्काची अपेक्षा विद्यार्थ्याकडून करणे कितपत योग्य आहे. बुद्धिमान विद्यार्थ्यांना या प्रकारच्या प्रश्नात निश्चित आव्हान वाटेल व आनंद होईल. पण सामान्य विद्यार्थ्यांच्या बाबतीत हा तर्क थोडा अवास्तव वाटतो.

६) गणिताचा पाठयक्रम

गणिताचा सध्याचा पाठयक्रम कांही लोकांच्या मते मोठा व बोजड आहे. तो लहान करुन व व्यवहाराशी जास्त सांगड घालून सोपा व उपयुक्त बनविता येईल. बीजगणित व भूमिती यांचा जीवनाशी फारसा संबंध येत नाही. विशेषत: गणित हा सक्तीचा विषय असल्यामुळे अभ्यासक्रम तयार करणाऱ्यांनी या मुद्यांकडे लक्ष देणे अगत्याचे आहे.

७) व्यक्तिगत दुर्लक्ष

वर्गातील विद्यार्थ्यांची संख्या लक्षात घेता शिक्षकाला प्रत्येक विद्यार्थ्याकडे लक्ष देणे शक्य होत नाही. प्रत्येक विद्यार्थ्याला नवीन मुद्दा समजला आहे किंवा नाही. त्याची त्याबाबत कांही शंका आहे का, त्याने सर्व गृहपाठ केला आहे का, त्यात त्याला कांही अडचण आहे का, या व अशा सर्व गोष्टीकडे शिक्षक लक्ष देऊ शकत नाहीत व त्यामुळे विद्यार्थी सतत मागे पडत राहतो.

८) विद्यार्थ्याचे दुर्लक्ष

विद्यार्थ्याला पूर्वीच्या विषयभागाचे नीट आकलन न झाल्यामुळे पुढील भागाकडे दुर्लक्ष होते. तसेच, आधीच्या गैरहजेरीमुळे विद्यार्थ्याला पुढील भाग समजत नाही. ही साखळी अशीच चालू राहून विद्यार्थ्याची प्रगती खुंटते.

९) गणिती भाषेकडे दुर्लक्ष

गणिताची एक सांकेतिक भाषा आहे. आजकाल गणिताची मांडणी संचाच्या भाषेत केली जाते. तसेच गणितात कांही खुणांचा उदाहरणार्थ , , ⇔ ⇒ =

≅ → _ _ वापर केला जातो या प्रतिकांचा अर्थ नीट लक्षात घेतला नाही तर गणिताचे आकलन कठीण होते.

१०) भावनात्मक आवाहनाचा अभाव

लहान वयाच्या विद्यार्थ्यांना बुद्धीला आवाहन करण्यापेक्षा ज्ञानेंद्रियांना अवाहन करणारे विषय आवडतात. गणित विषयात भावनात्मक आवाहन शून्य असून ज्ञानेंद्रियाना चेतना देणाऱ्या पाठयवस्तूही फार कमी आहेत.

११) आकडेमोडीची नावड

सर्वच विद्यार्थ्यांना क्लिष्ट आकडेमोडीची तर कांही विद्यार्थ्यांना साध्या, सोप्या सरळ, आकडेमोडीचीही नावड असते. विशेषत: खालच्या वर्गात व अंकगणितात बरीच आकडेमोड करावी लागते. शिक्षकाने उदाहरण सोडविताना क्लिष्ट आकडेमोडीचे उदाहरण नमुना म्हणून घेतले, तर विद्यार्थ्यांना कंटाळा येतो. गणित म्हणजे तर्क या ऐवजी गणित म्हणजे क्लिष्ट आकडेमोड असे समजतात.

१२) पाठांतरावर भर

वास्तविक गणित हा स्मरणशक्तीवर अयद्‌ी कमी ताण देणारा विषय आहे. गणित अभ्यासात विद्यार्थ्याने आकलनापेक्षा पाठांतरावर भर दिला तर त्याचे तर्काकडे दुर्लक्ष होते. तर्क न समजल्यामुळे पाठांतराचा काही उपयोग होत नाही व गणित कच्चे राहते.

१३) भूमितीतील स्वतंत्र विचार

बीजगणित भूमिती अशी तुलना केली तर असे लक्षात येते की, विद्यार्थ्यांना बीजगणितापेक्षा भूमिती अवघड वाटते. बीजगणितातील उदाहरणात कांही विशिष्ट नमुने असतात व त्यानुसार अनेक उदाहरणे सोडविली जातात. त्यामुळे सातत्याने

सराव करुन बीजगणितातील उदाहरणे विद्यार्थी यांत्रिकपणे सोडवू शकतात. या प्रकारे उदाहरण सोडविण्यास भूमितीत कमी वाव असतो. भूमितीतील प्रामुख्याने प्रमेयावरील आधारित प्रत्येक उदाहरण स्वतंत्रपणे विचार करावयास लावणारे असते. त्यामुळे भूमितीत नमुने लक्षात येत नाहीत. प्रत्येक उदाहरणातील तर्क काहीसा वेगळा असल्यामुळे विद्यार्थ्याला तो कठीण वाटतो. काही वेळा विद्यार्थ्याला उदाहरणाचा अर्थच लावता येत नाही. त्याच्या गृहीतके लक्षात नसतात त्याला आवश्यक ती आकृती काढता येत नाही. त्याने पद्धतशीर लिखाणाची सवय लावून घेतलेली नसते व प्रत्येक पायरीवर आधार कसा घ्यावयाचा हे त्याला माहित नसते. परिणामी भूमितीतील प्रमेय व उदाहरणेही पाठ करण्याची त्याची प्रवृत्ती बनते.

१४) विद्यार्थ्याच्या आकडेमोडीत होणाऱ्या चुका

केवळ आकडेमोड किंवा हिशोब म्हणजे गणित नव्हे, हे जरी खरे असले तरी त्याचे अभावी गणितातील उदाहरणांचे बिनचूक उत्तर काढता येणार नाही. तर्क बरोबर करुन चुकीचे उत्तर काढले तर तेही चालणार नाही. आकडेमोडीचा विचार केला तर त्यात फक्त बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार या चार मूलभूत क्रिया कराव्या लागतात. सुरुवातीला व्यवहारी अपूर्णांक व नंतर दशांश अपूर्णांकात लिलिलेल्या संख्यांवर या क्रिया विद्यार्थ्याला करता आल्या पाहिजेत. पदावल्या सोडविणे, वर्गमूळ काढणे, घात करणे, त्रिपद क्रिया करणे अशा प्रकारच्या गणितात कराव्या लागणाऱ्या सर्व आकडेमोडीत या चार मूलभूत क्रियांचेच महत्व आहे. विद्यार्थ्याला गणिती संबोध समजला असला तरी व योग्य तर्काने त्याने उदाहरण सोडविले असले तरी त्याचे उत्तर चुकत असल्यास त्याची चूक आकडेमोडीत शोधली पाहिजे.

१५) मांडणीतील दोष

विद्यार्थ्यांना गणिती संबोध नीट समजलेला असतो. आकडेमोड बिनचूक करता येते. तरी उदाहरणांची मांडणी सदोष असते.

१. उदाहरण सोडविताना काही महत्वाच्या पायऱ्यांच विद्यार्थी गाळतात पायरी गाळलेली असल्यास विद्यार्थ्याला ती सिद्ध करता आली किंवा नाही हे शिक्षकाला समजत नाही. निदान सुरवातीला विद्यार्थ्याने उदाहरणाची प्रत्येक पायरी नीट मांडली पाहिजे. एकदा त्या पद्धतीवर प्रभुत्व मिळाले की, मग पायऱ्या गाळण्यास हरकत नाही.

२. आवश्यक त्या ठिकाणी निष्कर्ष काढतांना घेतलेला आधार स्पष्टपणे लिहिला पाहिजे. विद्यार्थी तो लिहित नाहीत. कारण काही वेळा तो लिहिण्याचा ते कंटाळा करतात. तर कांही वेळा त्यांना नक्की सांगता येत नाही. त्यामुळे निष्कर्ष अंदाजाने लिहिला आहे की, तर्काने लिहिला आहे ते शिक्षकाला समजत नाही.

३. विद्यार्थी चिन्हाचा उपयोग करीत नाहीत किंवा चुकीचे चिन्ह वापरतात.

१६) गणिती संबोध समजुतीतील दोष

जर विद्यार्थ्यांच्या मनात संबोधच चुकीचे तयार झाले, तर ते अध्ययनच नव्हे, संबोधाचे आकलन जेवढे स्पष्ट तेवढे गणित विषयाचे आकलन चांगले असे म्हणता येईल.

१.३.४ सद्यस्थिती सुधारण्याची सूचना

सध्यस्थिती सुधारण्यासाठी खालील बाबी विचारात घेणे आवश्यक आहे.

१) विद्यार्थ्यांना सृजनशीलता, तंत्रविकासाची क्षमता विकसीत होण्यास वाव देणारी शिक्षणव्यवस्था असावी व तशीच अध्यापन प्रणाली विकसित करावी.

२) प्राथमिक स्तरावर काटेकोर अभ्यासक्रम व कठोर परीक्षा काढून टाकल्या पाहिजेत तर्क करण्याची क्षमता, पृथक्करणक्षमता व विषय विशद करुन सांगण्याची क्षमता इत्यादी संदर्भात विद्यार्थ्यांकडून काय किमान अपेक्षा असाव्यात इतकेच स्पष्ट करावे.

३) प्राथमिक शिक्षणाच्या वरच्या वर्गात बारकाईने निरीक्षण करण्याची क्षमता वाढवावी व त्याच बरोबर तोंडी अथवा लेखी स्वरुपात आकृती निरीक्षणाची नोंद करण्याची क्षमता वाढवावी त्यातून त्याची कारणे व परिणाम यातील संबंध शोधण्याची प्रवृत्ती जोपासावी.

४) गणिताचा अभ्साक्रम क्रियाशीलतेला वाव देणारा त्याचप्रमाणे व्यावहारीक जीवनाशी सांगड घालणारा हवा.

५) खेळत खेळत विद्यार्थ्यांना स्वतः कांही मूलभूत संकल्पना शोधून काढण्यास प्रवृत्त करणे आवश्यक आहे.

६) मुलांच्या जिज्ञासू कल्पनाशक्तीला प्रोत्साहन व मदत करायला हवी. फारसे कांही न सांगता बारकाईने निरीक्षण, त्यावरुन अनुमान, अनुमानाचे सार्वत्रिकरण, अनुमानावर आधारित भाकिते व त्यांची सत्यता पडताळून पाहाण्याची वृत्ती जोपासणे आवश्यक आहे.

७) संबोधाबाबतच्या चुका नैदानिक कसोटयांच्या मदतीने शोधून या चुकांवर उपचारात्मक अध्यापन करावे.

८) आकडेमोडीत होणाऱ्या चुकांचा नैदानिक कसोटयाच्या सहायाने शोध घेऊन आवश्यकते नुसार उपचारात्मक शिक्षण द्यावे.

९) शिक्षकाने स्वतःच्या फलकलेखनात चुका होणार नाहीत याची काळजी घ्यावी. उदाहरणाचे उत्तर शोधण्याच्या घाईमध्येही 'लिखाणातील काटेकोरपणा शिक्षकाने सांभाळावा व वेळोवेळी विद्यार्थ्यांचेही या शुल्लक वाटणाऱ्या परंतु महत्वाच्या गोष्टीकडे लक्ष वेधावे.

१०) शिकावे कसे हे शिकविणे आवश्यक आहे.

११) विद्यार्थ्यांकडे व्यक्तिगत लक्ष पुरवावे.

१२) पर्यवेक्षित अभ्यास या तंत्राचा अवलंब करुन विद्यार्थ्यांना चांगल्या अभ्यासाच्या सवयी लावाव्यात.

१.४.० संशोधनाची गरज व महत्व

१.४.१ शालेय अभ्यासक्रमात गणित विषयाचे महत्व

गणिताच्या अध्ययन, अध्यापनामुळे जीवनात अनेक फायदे होतात. व्यक्तिगत, सामाजिक, राष्ट्रीय गरजा भागून विकास साधता येतो. गणिताचा व्यक्तीला प्रत्येक पावला पावलावर उपयोग होतो. गणित अध्यापनाची जी काही मूल्ये आहेत त्यातून गणित विषयाचे महत्व स्पष्ट होईल.

१) सामाजिक मूल्य

गणित मनुष्यास समाजयोग्य बनविण्यास मदत करते. नेपोलियन म्हणतो की, ''गणिताची उन्नती व विकास देशाच्या संपन्नतेशी संबंधित आहे''. समाजाची अर्थव्यवस्था, व्यापार, देवघेव, खरेदी विक्री, दळणवळण या सर्वांसाठी गणित हवे. मोठमोठे कारखाने चालविण्यासाठी गणित हवे. आपल्या समाजाचे वैज्ञानिक व सुव्यवस्थित रुप गणितामुळेच शक्य आहे. म्हणून गणिताला सामाजिक मूल्य आहे.

२) सांस्कृतिक मूल्य

हॉगबेन (1974) म्हणतो, ''गणित हे सभ्यता आणि संस्कृतीचा आरसा होय''. गणितामुळे सांस्कृतिक रीतिरिवाज, राहणीमान, संस्कृती, परंपरा, यांचा विकास होतो. गणितामुळे सांस्कृतिक उन्नती होते. म्हणून गणिताला सांस्कृतिक मूल्य आहे.

३) नैतिक मूल्य

गणितास नैतिक मूल्य आहे. गणितामुळे न्यायप्रियता, यथार्थता, तर्कशुद्धता, धैर्य, स्वावलंबन, आत्मविश्वास विचारांचा नेमकेपणा वाढीस लागतो. व्यक्तीचे नैतिक चारित्र्य घडविण्यासाठी गणिताचा उपयोग होतो.

४) उपयोगितेचे मूल्य

दैनंदिन जीवनात क्षणोक्षणी गणिताचा आधार घ्यावा लागतो. पोष्ट, बँक, पतपेढ्या, बाजार, टॅक्स अशा सर्व ठिकाणी व्यवहार करायचे म्हटले की, गणित हे आलेच जीवनाच्या सर्व क्षेत्रात गणिताचा कमी अधिक प्रमाणात वापर होत असल्याने गणिताला उपयोगितेचे मूल्य आहे.

५) शिस्तविषयक मूल्य

गणितामुळे विद्यार्थ्यांच्या मानसिक शक्तीचा संपूर्ण विकास होतो. गणितामुळे चिंतनशीलता, गंभीरता, स्पष्टवक्तेपणा विचारांचा नेमकेपणा वाढीस लागतो. त्यामुळे गणित शिकणारी व्यक्ती शिस्तप्रिय होते.

६) बौद्धिक मूल्य

गणितामुळे बौद्धिक विकास होतो. गणिताचे अध्ययन तर्कसंगत, नियमावर आधारलेले व क्रमबद्ध असल्यामुळे बालकांच्या मानसिक शक्तींचा विकास होतो. गणितामुळे विद्यार्थ्यांची कल्पनाशक्ती निरीक्षणशक्ती, स्मरणशक्ती व संशोधनवृत्ती विकसित होते. एकाग्रता, नेमकेपणा, स्पष्टता वाढीस लागते. म्हणून बौद्धिक विकासासाठी गणिताचे अध्ययन हवे.

७) सौदर्यात्मक मूल्य

गणितास सौदर्यात्मक मूल्यही आहे. गणितामुळे निसर्गातील सौंदर्य समजते. संगीतातील ताल, लय, स्वरांची उच्च – नीचता निश्चित केली जाते. कवितेतील सुनित गणितावर आधारीत आहे. शिल्पकला, संगीत या सर्वात गणित आहे. म्हणून गणिताला सौंदर्यात्मक मूल्य आहे.

युनेस्कोच्या एका अभ्यासगटाला १९५६ मध्ये एका सर्वेक्षणात ६२ राष्ट्रापैकी २/३ राष्ट्रांनी एका प्रश्नाला असे उत्तर दिले की, –

"Matematics is a means of developing the power of abstraction and an ability for logical thinking" (Kinsella) गणित हे अमूर्तीकरणाचे सामर्थ्य व तर्कशुद्ध

विचारशक्ती विकसित करण्याचे एक साधन आहे. गणिताच्या अध्यापनाने विचारांचा रेखीवपणा, स्वतंत्र विचारांची सवय, मनाची एकाग्रता, रचनात्मक कल्पनाशक्ती अमूर्त विचारशक्ती इत्यादींचा विकास करता येतो.

गणिताला अभ्यासक्रमात समाविष्ट करुन घेण्यासाठी आवश्यक असणारी सर्व मूल्ये आहेत. म्हणून त्याचे अभ्यासक्रमात महत्व आहे.

१.४.२ पर्यायी अध्यापन पद्धतीची गरज

मानवाच्या विकासासाठी गणिताची कास धरणे आवश्यक आहे. गणिताला शालेय स्तरावर विशेष स्थान व महत्त्व असूनही या विषयाच्या अध्यापनाकडे पुरेशे लक्ष दिले जात नाही. गणिताच्या अध्ययन अध्यापनाची परिणती विद्यार्थ्यामध्ये खालील बदलात होणे आवश्यक आहे.

१) विद्यार्थी जिज्ञासू होऊन त्यांच्यात निरीक्षणात्मक कौशल्यांचा विकास होईल.

२) विद्यार्थ्यामध्ये नवनिर्मायक विचार क्षमता वाढीस लागेल.

३) नाविण्याची कास धरणारा, आत्मविश्वाससंपन्न, तर्कशुद्ध विचार करणारा, भेदक प्रश्न विचारणारा विद्यार्थी तयार होईल.

४) शिकावे कसे, जगावे कसे, चर्चा कशी करावी, गटात स्नेहभाव कसा जपावा, उत्पादक कामे कशी करावे हे शिकलेला विद्यार्थी तयार होईल.

५) बोधात्मक, क्रियात्मक, सामाजिक क्षेत्रातील अनुभव प्राप्त झालेला विद्यार्थी तयार होईल.

परंतु या सर्व अपेक्षा सद्यस्थितीच्या गणित अध्ययन, अध्यापनातून पूर्ण होताना दिसत नाहीत. कारण सध्यस्थितीचे निरीक्षण केले असता असे दिसून येते की, प्रत्यक्ष गणिताचे अध्यापन हे माहिती देणारे व सूचना सांगणारे आहे. त्यामुळे माध्यमिक शाळेतील विद्यार्थी निरीक्षणातून नियम तयार करु शकत नाहीत. एखादया तत्वाचा, सूत्राचा, नियमाचा वापर इतर ठिकाणी करु शकत नाहीत. गणित विषयाची अभ्यास केलेले विद्यार्थी व्याख्या, नियम, सूत्रे, प्रमेय पाठ करुन

परीक्षेत लिहितात. त्यामुळे असे विद्यार्थी ज्ञान या उद्दीष्टा पर्यंतच राहतात. त्या पुढील उद्दिष्टे, आकलन, उपयोजन, कौशल्ये विश्लेषण, संयोजन, मूल्यमापन, मूल्यमापन दृष्टी गणितीय दृष्टिकोन इत्यादी टप्पांपर्यंत पोहचत नाहीत. याचे मूळ आपणास सद्याच्या अध्यापन पद्धतीत पहावयास मिळते. कारण शिक्षकाच्या अध्यापनातून विद्यार्थ्यांना स्वत:हून शिकण्याची प्रेरणा मिळत नाही. पाठयक्रम एकाच पद्धतीचा अवलंब करुन राबविला जातो. एकाच परीक्षा पद्धतीचा वापर करुन मापन व मूल्यमापन केले जाते. या पद्धतीत व पाठयक्रमात एकजात सर्व मुलांवर त्यांचा आर्थिक, सामाजिक, सांस्कृतिक बदल लक्षात न घेता एकच पॅटर्न लादला जातो.

विद्यार्थी हे जीवंत व्यक्तिमत्व आहे. त्याची आवड निवड, क्षमता, आकलन शक्ती, या विविध गुणांची दखलही शिक्षण पद्धती / अध्यापन पद्धती घेत नाही. विविध स्तरावरील मुले, विविध क्षमतेची मुले एकाच पद्धतीने शिक्षण घेतात. त्यांना एकाच अध्यापन पद्धतीने / पारंपारिक पद्धतीने शिकविले जाते. हे चित्र पाहवयास मिळते.

ज्ञानात झपाटयाने वृद्धी होत असल्यामुळे कमीतकमी वेळात जास्तीत जास्त ज्ञान 'कथन' पद्धतीने मुलाच्या डोक्यात ठासून भरणेची शिक्षकांची पद्धती बळावलेली आहे. शैक्षणिक तंत्रविज्ञान व शैक्षणिक साधनांचा वापर केला जात नाही. अयोग्य अध्यापन पद्धतीने शिकवून पोपटपंचीवर भर दिल्यामुळे नापासांची चिंता वाढली आहे. या सर्व बाबीचा विचार करता कुंडले (....) म्हणतात त्याप्रमाणे, ''अध्यापनाच्या ज्या काही प्रचलित कल्पना आहेत व ज्या पद्धतीने आज शाळांमधून शिकविले जाते त्याचाही पुर्नविचार करणेची वेळ आली आहे.''

शिक्षण प्रक्रियेत विद्यार्थ्यातील व्यक्तीभेदाची दखल घेऊन अध्ययन—अध्यापन प्रक्रिया राबविण्याचा प्रयत्न केला जातो ही आनंदाची गोष्ट आहे. अध्यापनाद्वारे शिक्षकाला विद्यार्थ्यांच्या ठिकाणी असलेल्या विविध क्षमतांचा विकास करावयाचा असतो. त्याचबरोबर अभ्यासक्रम शिकविताना विद्यार्थ्यांवर चांगले संस्कार करावयाचे असतात या सगळयासाठी अनुकूल असे वातावरण

तयार करण्याचा प्रयत्न शिक्षकाला विद्यार्थ्यांच्या सहायाने करावयाचा असतो. जेव्हा असे वातावरण तयार होते तेव्हाच अध्यापन परिणामकारक ठरते. आधुनिक जीवन अत्यंत गुंतागुंतीचे बनत चालले आहे. त्यामुळे कळत — नकळत शिक्षकांच्या कामाचेही स्वरुप बदलत चांलले आहे. त्यांच्या जबबदाऱ्या वाढल्या आहेत. या सर्व गोष्टी यशस्वीपणे पार पाडण्यासाठी ठराविक साचेबंध अध्यापन पुरेसे ठरत नाही.

अध्यापनाची कोणतीही एकच पद्धती ही सर्वश्रेष्ठ मानता येत नाही. कोणतीही पद्धत कितीही चांगली असली तरी सर्व प्रकारच्या विद्यार्थ्यांसाठी व विविध विषयांच्या अध्यापनासाठी तिचा उपयोग होऊ शकत नाही. अध्यापनाचे विविध प्रकार असतात व त्या सर्वांना अनुरुप अशी अध्यापन पद्धती वापरणे योग्य ठरते.

बदलत्या काळानुरुप अध्यापनाची तंत्रे बदलावी लागतात. एकेकाळी हर्बार्टची पंचपदी हा अध्यापनातील मापदंड समजला जात होता. घोकमपट्टी म्हणजे शिक्षण हा समज प्रचलीत होता. नंतरच्या काळात शिक्षणाच्या व्याखेत अनेक बदल झाले. जसजशी शिक्षणाची व्याख्या बदलली तसतसा अभ्यासक्रमही बदलला व अध्यापनाचे तंत्रही बदलले. अध्यापन अधिक कौशल्यपूर्ण होण्यासाठी सूक्ष्म अध्यापनाचा उगम झाला. समवयस्कांवर पाठ घेण्याची पद्धत सुरु झाली. शा. शिक्षण, कला शिक्षण, व्यवसायोपयोगी शिक्षण या मुळे शिक्षणाचा व्याप वाढला.

शिक्षण क्षेत्रातील या विविध शाखांना न्याय देणारी परिणामकारक अध्यापन पद्धती आज उपलब्ध नाही. आजपर्यंत आपण अध्यापनाच्या विविध पद्धतीवर आधारलेल्या अध्यापन पद्धतींचा उपयोग केला. मात्र अध्यापनावर लक्ष केंद्रीत करुन अध्यापनाच्या खास पद्धती तयार केल्या गेल्या नाहीत त्या मुळे अध्यापन जेवढे परिणामकारक व्हायला हवे होते तेवढे होते नाही. जर अध्यापन प्रक्रियेचा खास अभ्यास केला तर अध्ययनाच्या उपपत्ती प्रमाणे अध्यापनाच्या उपपत्ती तयार होतील व त्यांचा उपयोग करुन अध्यापनाची परिणामकारकता वाढविता येईल. अध्ययन हे जर अध्यापनाचा परिणाम मानले तर अध्यापन प्रभावी झाल्याशिवाय

अध्ययन प्रभावी होणार नाही हे स्पष्ट आहे. त्या साठी प्रभावी अध्यापनाच्या दृष्टिने संशोधकांचे प्रयत्न चालू आहेत.

ब्रुस जॉयस व मार्शा वील (1980) या अमेरिकन शिक्षण तज्ज्ञांनी (Models of Teaching) या पुस्तकात बावीस अध्यापन प्रतीमाने दिली आहेत. या प्रतिमानांची ओळख अमेरिका व इतर प्रगत देशातील शिक्षकांना सुमारे २० वर्षापूर्वीच झाली आहे. भारतात मात्र गेल्या ८ ते १० वर्षात त्या बाबत चर्चा होऊ लागली आहे, विचार होऊ लागला आहे. राष्ट्रीय शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषदेने गेल्या ४ ते ५ वर्षात या प्रतिमानांचा प्रसार करणेच्या दृष्टीने व त्यांची उपयुक्तता आजमावण्याच्या दृष्टिने पावले उचलली आहेत.

ही प्रतीमाने तयार करताना केवळ शिक्षणशास्त्र व मानसशास्त्र यातील तत्त्वांवर अवलंबून न राहता उपचारतज्ञ, तत्वज्ञ, विविध विद्याशाखातील शास्त्रज्ञ, खेळाडू इत्यादी विविध क्षेत्रातील तज्ज्ञांच्या ज्ञानाचा फायदा, अभ्यासाचा व अनुभवाचा आधार घेतला आहे. त्यामुळे या प्रतिमानाद्वारा या सर्वांच्या ज्ञानाचा फायदा शिक्षकाला मिळतो. या प्रतिमानामध्ये शैक्षणिक वातावरण निर्मितीसाठी व विद्यार्थ्यांना शैक्षणिक अनुभुती देण्यासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे आहेत. अभ्यासक्रमाची दिशा ठरविण्यासाठी या प्रतिमानांचा उपयोग होतो: असे प्रतिमाने तयार करणाऱ्यांचे म्हणणे आहे.

गणिताचा निकाल कमी लागण्याच्या कारणांचा उपापोह करताना एक महत्त्वाचे कारण आढळते ते म्हणजे गणिताच्या संकल्पनांच्या समजूतीतील दोष कोणत्याही विषयाच्या अभ्यासासाठी संकल्पना पायाभूत आहेत. गणितासारख्या क्रमाधिष्ठित विषयात तर संकल्पनांचे आकलन होणे आगत्याचे ठरते. संकल्पना समजल्या तरच संकल्पनेशी निगडीत तत्त्वे, नियम, सिद्धांत समजतील. जर संकल्पनांचे आकलन झाले नाही तर तत्त्वे, नियम, सिद्धांत यांचा डोलारा उभा करणे अशक्य होईल.

प्रचलित अध्यापनाच्या नीतीमध्ये संकल्पनाचे अध्यापन करण्यासाठी संकल्पनेची व्याख्या सांगितली जाते व त्या संकल्पनेचे उदाहरणाद्वारे स्पष्टीकरण

केले जाते. या पद्धतीद्वारे संकल्पना विद्यार्थ्यांना आत्मसात होत नाहीत. स्वयंम अध्ययन संचाच्या वैशिष्टयांमुळे प्रचलित अध्यापन पद्धतीला हे अध्यापन तंत्र पर्यायी ठरु शकेल असा विचार संशोधकाच्या मनात आला. या विचाराची सत्यता पडताळून पाहणे हाच संशोधकापुढे पर्याय होता त्यासाठी इयत्ता ८ वी च्या समतुल्य बळांच्या गटापैकी एका गटास प्रायोगिक गट समजून स्वयं:अध्ययन संचाचा वापर करुन तो दुसऱ्या गटास नियंत्रित गट समजून प्रचलित अध्यापन पद्धतीने गणित विषयातील काही संकल्पनांचे अध्यापन करण्यात आले. शालेय अध्यापनात शिक्षकांनी अध्यापनाच्या विविध पद्धतींचा परिणामकारकतेने वापर करावा अशी अपेक्षा आपण करतो हे योग्य आहे. यावरुन स्वयं: अध्ययन संचाची परिणामकारकता सदर संशोधनाने अजमावता येईल.

१.५.० समस्या विधान

''गणित विषयाच्या स्वयंअध्ययन संचाचे विकसन व त्याच्या परिणामकारकतेचा अभ्यास''

१.५.१ समस्या स्पष्टीकरण

अ) प्रस्तुत समस्या ही इयत्ता ८ वी च्या गणित विषयाच्या अध्यापनाशी निगडीत आहे. माध्यमिक शालेय स्तरावर इयत्ता ८ वी च्या गणित विषयात अंकगणित, बीजगणित, भूमिती या शाखातील विविध घटकांचा समावेश केला आहे. सध्यस्थितीचे निरीक्षण करता लक्षात येते की, माध्यमिक शाळेत गणित विषयाचे अध्यापन करताना सर्व सामान्यत: प्रशिक्षण महाविद्यालयात शिकविलेल्या हर्बार्टच्या पंचपदीवर आधारीत पद्धतीचा अवलंब केला जातो. परंतु सध्यस्थितीत गणित अध्यापनासाठी ही पद्धती पुरेशी नाही. वर्गातील सर्वच विद्यार्थ्यांना कार्यरत ठेवण्यात गणित वर्गाध्यापनात सर्वच उद्दिष्टे प्रभावीपणे साध्य करण्यास या पद्धतीचा मर्यादा आहेत. या पद्धतीस पर्याय म्हणून स्वयं: अध्ययन संच योग्य ठरु शकते हे ग्रहीतक लक्षात घेवून या पद्धतीची प्रचलित पद्धतीच्या संदर्भात इयत्ता ८ वी च्या गणित अध्यापनातील परिणाम कारकता अजमावणे हा उद्देश

15610

येथे होता. त्या अनुषंगाने प्रयोग करुन परिकल्पनेची सार्थकता तपासणे, सामान्यीकरण करणे व त्या संदर्भात शिफारशी करणे या बाबी या मध्ये अंतर्भूत होत्या.

ब) पारिभाषिक संज्ञांच्या कार्यात्मक व्याख्या

१) गणित

- गणित म्हणजे आकडेमोडीचे तसेच संख्या संगतीचा अभ्यास करणारे शास्त्र होय
- मापन, संख्या व मिती यांचे शास्त्र म्हणजे गणित.
- गणित म्हणजे तर्क.
- संरचना असलेल्या संचाचा अभ्यास म्हणजे गणित.
- अमूर्त घटकापासून तयार झालेली अमूर्त रचना म्हणजे गणित.
- गणित हे दुसरे काही नसून काही सोपे नियम व अर्थशून्य खुणा यांच्या मदतीने खेळला जाणारा खेळ.

२) स्वयंअध्ययन

''विद्यार्थ्यांच्या स्थल, काल, व वेग यांच्या चाकोरी बाहेरील व स्वयप्रेरणेने केलेल्या अध्ययनास स्वयंअध्ययन असे म्हणतात.

३) संच

''ज्ञान आत्मसात करण्याच्या दृष्टिने तयार केलेल्या एकत्रित स्वरुपातील लिखित माहितीस संच म्हणतात.

४) विकसन

अध्ययन व अध्यापनास उपयुक्त अशा साहित्याची निर्मिती म्हणजे विकसन होय.

५) परिणाम

गणितातील विकसित केलेल्या स्वय: अध्ययन संचाचा वापर केल्यानंतर मिळणारे अध्ययन फल होय.

१.५.२ संशोधनाची व्याप्ती व मर्यादा

१. प्रस्तुत संशोधन हे डी.आर. पाटील कन्या विद्यालय ताकारी या विदयालयातील इयत्ता आठवीच्या विदयार्थ्यानींशी संबधीत होते.

२. प्रस्तुत संशोधन इयत्ता आठवीच्या अभ्यासक्रमातील गणित विषयातील विभाग १ व २ या घटकांच्या अध्यापनाशी संबधित होते.

३. प्रस्तुत संशोधन हे मराठी माध्यमाच्या विद्यालयाशी सबंधित होते.

४. प्रस्तुत संशोधन हे गणित अध्यपनाची प्रचलित पद्धती व स्वंय अध्ययन संच यांच्या अध्ययनाच्या तुलनेशी संबधित होते.

५. प्रस्तुत संशोधन हे इयत्ता आठवीच्या अभ्यासक्रमातील गणित विषयाच्या ज्ञान, आकलन, उपयोजन या उद्दिष्टांच्या अनुरोधाने होणाऱ्या अध्यापनाची परिणामकारकता अभ्यासणे याशी संबंधीत होते.

१.५.३ संशोधनाची गृहीतके

सदर अभ्यासविषयक खालील गृहीतकावर आधारित होता.

१. विविध पद्धतींचा वापर करून गणिताचे अध्यापन करता येते.

२. गणित विषयाच्या अभ्यासक्रमात विविध संकल्पनांचा समावेश आहे.

३. अवघड संकल्पना विद्यार्थ्यांना नीट समजण्यासाठी विविध मार्ग उपयोगात आणता येतात.

४. अवघड संकल्पनाच्या आकलनामुळे विद्यार्थ्यांचे गणितातील प्राविण्य सुधारता येते.

१.५.४ संशोधनाची उद्दिष्टये

१) इयत्ता ८ वी च्या गणिताच्या पुस्ताकातील विविध घटकावर आधारीत स्वयंअध्ययन संच विकसित करणे.

२) विकसित संचाचा विद्यार्थ्यांच्या अध्ययनावर होणारा परिणाम अभ्यासणे.

३) स्वयंअध्ययनाचा गणिताच्या विषयाबददल अभिरुची व वृत्तीवर होणारा परिणाम अभ्यासणे.

४) गणितातील पारंम्परिक अध्यापन पद्धती व स्वयं: अध्ययन पद्धती यांची परिणाम कारकता अभ्यासणे.

५) गणितातील पारंपरिक पद्धतीशी तुलना करणे.

१.५.५ संशोधनाची परिकल्पना

१) शून्य परिकल्पना

''पारंपरिक पद्धतीने गणिताचे अध्यापन केलेल्या विद्यार्थी गटाच्या आणि स्वयंअध्ययन संचाचा वापर करुन अध्यापन केलेल्या विद्यार्थी गटाच्या प्राविण्यामध्ये लक्षणीय असा फरक पडत नाही''.

या परिकल्पनेचे परिक्षण करण्याच्या अनुषंगाने प्रायोगिक व नियत्रित गटासाठी पूर्वचाचणी उत्तरचाचणीचा उपयोग केला होता. मुळ परिकल्पना परिक्षणासाठी या परिकल्पनेचा विस्तार खालीलप्रमाणे केला.

H -01) A नियंत्रित गटाच्या अध्ययन, प्राविण्य — पूर्व चाचणी व उत्तर चाचणीच्या मध्यमान गुणांकात सार्थ फरक आढळत नाही.

H - 01) B प्रायोगिक गटाच्या अध्ययन प्राविण्य — पूर्व चाचणी व उत्तर चाचणीच्या मध्यमान गुणाकांत सार्थ फरक आढळत नाही.

H - 01) C प्रायोगिक व निर्यंत्रित गटाच्या अध्ययन प्राविण्य उत्तर चाचणीच्या मध्यमान गुणांकात सार्थ फरक आढळत नाही.

H - 02) गणित विषयाच्या अनुदेषनातून ज्ञान हे उद्दिष्ट साध्य करण्याच्या संदर्भात स्वंय अध्ययन संचाने अध्ययन व प्रचलित अध्यापन पद्धतीने शिकविलेल्या विदयार्थ्यांच्या मध्यमान गुणाकांत सार्थ फरक आढळत नाही.

H - 03) गणित विषयाच्या अनुदेषनातून आकलन हे उद्दिष्ट साध्य करण्याच्या संदर्भात स्वंय अध्ययन संचाने अध्ययन व प्रचलित अध्यापन पद्धतीने शिकविलेल्या विदयार्थ्यांच्या प्राप्तांक मध्यमान गुणांकात सार्थ फरक आढळत नाही.

H - 04) गणित विषयाच्या अनुदेषनातून उपयोजन हे उद्दिष्टसाध्य करण्याच्या संदर्भात स्वंय अध्ययन संचाने अध्ययन व प्रचलित अध्यापन पद्धतीने शिकविलेल्या विदयार्थ्यांच्या प्राप्तांक मध्यमान गुणाकांत सार्थ फरक आढळत नाही.

१.६.० संशोधन प्रबंधाची रूपरेषा

स्वयं अध्ययन संचाची इयत्ता आठवी गणित विषयाच्या अध्यापन परिणामकारकतेच्या संदर्भात प्रचलित अध्यापन पद्धतीशी तुलना करण्यासाठी प्रयोग केला त्यावरून अन्वयार्थ काढून निष्कर्षाची मांडणी इत्यादींची सहा प्रकरणात पुढीलप्रमाणे मांडणी केली.

प्रकरण १ प्रस्तावना

या प्रकरणात संशोधन समस्येच्या संदर्भातील काही संकल्पनांची ओळख, संशोधनाची पार्श्वभूमी, संशोधनाची गरज व महत्त्व, समस्या विधान, संशोधनाची व्याप्ती व मर्यादा, संशोधनाची गृहीतके, उद्दिष्टे परिकल्पना व शेवटी संशोधन प्रबंधाची रूपरेषा दिली आहे.

प्रकरण २ संबंधित साहित्याचा आढावा

या प्रकरणात याविषयी संबंधित पूर्वी झालेल्या संशोधन अभ्यासाचा आढावा घेतला आहे. यामध्ये गणित अध्यापनाच्या संदर्भात झालेल्या संशोधनाचा आढावा घेतला आहे.

प्रकरण ३ स्वंय अध्ययन संच

या प्रकरणात प्रथम स्वंय अध्ययन संचाचे विकसन व त्या विषयाच्या माहितीचा संक्षिप्त रूपात परिचय करून दिला आहे.

प्रकरण ४ संशोधनाची कार्य पद्धती

या प्रकरणात संशोधन कार्यपद्धतीचे विवेचन केले आहे. या मध्ये संशोधन पद्धतीची निवड, प्रायोगिक पद्धती, प्रायोगिक अभिकल्प निवड, निवडलेले

अभिकल्प, प्रयोगाच्या सप्रमाणतेसाठी नियंत्रिण चल घटक न्यादर्श व न्यादर्शन तसेच उपयोगात आणलेली सांख्यिकीय तंत्रे या विषयीचे विवेचन केले आहे.

प्रकरण ५ माहितीचे विश्लेषन व अर्थनिर्वचन

या प्रकरणात संकलित माहितीचे सांख्यिकी तंत्राच्या सहायाने विश्लेषन केले आहे. यामध्ये मूळ परिकल्पनेच्या तीन परिकल्पना उद्दिष्टांच्या अनुषंगाने तीन अशा सहा परिकल्पनांचे परिक्षण करून अर्थनिर्वचन केले आहे.

प्रकरण ६ सारांश, निष्कर्ष आणि शिफारशी

या प्रकरणात प्रथम संशोधनाचा सारांश दिला असून नंतर निष्कर्ष मांडले आहेत. प्रकरणाच्या शेवटी शिफारशी करण्यात आल्या आहेत.

प्रकरण सहा नंतर संदर्भ ग्रंथसूची व परिशिष्टे दिली आहेत.

अशा प्रकारे प्रस्तुत संशोधन अहवालाचे प्रमुख तीन भाग केले असून प्राथमिक विभागात मुखपृष्ठ, प्रतिज्ञापत्र, प्रमाणपत्र, ऋणनिर्देश, अनुक्रमणिका, कोष्टक, आकृत्या, यांच्या सुचींचा समावेश असून अहवालाच्या मुख्य भागात सहा प्रकरणे व अंतिम भागात संदर्भ ग्रंथसूची व परिशिष्टये यांचा समावेश केला आहे.

BARR. BALASAHEB KHARDEKAR LIBRARY
SHIVAJI UNIVERSITY, KOLHAPUR